Fakultät für Mathematik

Master-Studiengang
Mathematik

Modulhandbuch

3. Juli 2023

Herausgegeben von den Studiendekanen.

Inhaltsverzeichnis

1 Verbreiterungsbereich

Der Verbreiterungsbereich enthält das Modul Mathematische Rückblicke. Darin können bis zu 9 Credits durch eine Prüfung zu einer Vorlesung des Aufbaubereichs des Bachelor-Programms erworben werden. Das Modul dient als Möglichkeit, die - aus Sicht des Masterstudiums - grundlegenden mathematischen Kenntisse zu verbreitern.

Wir verweisen für detaillierte Informationen zum Studienablauf auf die Prüfungsordnungen.

Mathematik

Mathematische Rückblicke

Titel Englisch

Mathematical retrospectives

Verantwortlich

Prof. Dr. Christian Clason

Angebotsturnus

jedes Semester

Studierbar ab Fachsemester

M1

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Verbreiterungsbereich

Lernziele

Die Studierenden erweitern das im Bachelor-Studiengang erworbene Wissen um Grundkenntnisse aus dort nicht betrachteten Gebieten und können dies mit den Inhalten der im Master-Studiengang gewählten Spezialisierungen in Beziehung setzen.

Inhalt

Eine beliebige Lehrveranstaltung aus einem der Module des Aufbaubereichs des Bachelor-Studiums Mathematik.

Das gewählte Modul darf nicht bereits in die Bachelor-Prüfung des für die Zulassungsvoraussetzung vorgelegten Studiengangs eingebracht worden sein. (Ausnahme: Zusatzleistungen oder Leistungen im Rahmen eines Bachelor-Studiengangs mit mehr als sechs Semestern bzw. 180 ECTS.)

Literaturbeispiele

Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung/4 SWS und Übung/2 SWS

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Die ECTS-Punkte werden auf Grund einer mündlichen oder schriftlichen Prüfung innerhalb von drei der Veranstaltung folgenden Monaten vergeben. Innerhalb von sechs Monaten nach der Prüfung besteht Möglichkeit zur Nachprüfung. Die Prüfungsleistung wird benotet. Die Lehrenden werden die Modalitäten der Prüfung zu Beginn der Veranstaltungen festlegen.

2 Erweiterungsbereich

Im Erweiterungsbereich sind Module angesiedelt, die als Basisveranstaltungen des Masterstudiengangs Mathematik einzuordnen sind. Inhaltlich sind die Module unterteilt in die fünf Schwerpunkte

- Algebra
- Analysis
- Numerische Mathematik
- Optimierung
- Stochastik

Einige Module sind zusätzlich zu ihrem „Hauptschwerpunkt" auch weiteren Schwerpunkten zugeordnet.

Im *Profil 80:20* des Masterstudiengangs Mathematik können maximal 39 Credits, im *Profil 100:0* maximal 45 Credits im Erweiterungsbereich erworben werden.

Module des Erweiterungsbereichs, für die eine zugeordnete Lehrveranstaltung bereits in die Bachelor-Prüfung des für die Zulassungsvoraussetzung vorgelegten Studiengangs eingebracht worden ist, können nicht angerechnet bzw. anerkannt werden; ausgenommen sind Zusatzleistungen oder Leistungen im Rahmen eines Bachelorstudiengangs mit mehr als sechs Semestern bzw. 180 ECTS-Punkten.

Wir verweisen für detaillierte Informationen zum Studienablauf auf die Prüfungsordnungen.

2.1 Schwerpunkt Algebra

Mathematik

Algebraische Geometrie I

Titel Englisch

Algebraic geometry I

Verantwortlich

Prof. Dr. Georg Hein

Angebotsturnus

WS, jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Zulassungsvoraussetzungen

Grundlagen der Analysis, Grundlagen der Linearen Algebra, Algebra und Algebra II

Voraussetzungen (empfohlen)

Inhalte des Moduls Algebra. Diese können ersetzt werden durch die Inhalte der beiden Module Funktionentheorie I und Riemannsche Flächen I.

Sprache

In der Regel Deutsch oder Englisch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Erweiterungsbereich

Schwerpunkt

Algebra

Lernziele

Die Teilnehmer sollen die algebraischen Methoden erlernen, die in der Geometrie von Nutzen sind. Sie sollen geometrische Fragestellungen kennen lernen und die Bedeutung der Garben und Kohomologietheorie für deren Behandlung. Das Modul kann als Grundlage dienen für anschließende Seminare und weiterführende Vorlesungen aus der algebraischen Geometrie.

- Durchdringen anspruchsvoller Beweise
- Erlernen des Wechselspiels zwischen Geometrie und Algebra
- Anwenden der Theorie auf abstrakte und konkrete Probleme in den Übungen
- Mündliche und schriftliche Präsentation der eigenen Ansätze und Lösungen

Inhalt

Einführung in die Grundlagen der algebraischen Geometrie, insbesondere (die hier angegebene Reihenfolge ist nicht obligatorisch):

- Affine Varietäten, Spektren und Morphismen
- Projektive Varietäten
- Garben und Schemata
- Kohomologietheorien.

  Die Übungen zur Vorlesung Algebraische Geometrie I finden in Kleingruppen statt. Der Stoff der Vorlesungen wird in wöchentlichen schriftlichen Aufgaben vertieft.

Literaturbeispiele

Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung/4 SWS und Übung/2 SWS

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Die ECTS-Punkte werden auf Grund einer mündlichen oder schriftlichen Prüfung innerhalb von drei der Veranstaltung folgenden Monaten vergeben. Innerhalb von sechs Monaten nach der Prüfung besteht Möglichkeit zur Nachprüfung. Die Prüfungsleistung wird benotet. Die Lehrenden werden die Modalitäten der Prüfung zu Beginn der Veranstaltungen festlegen.

Mathematik

Algebraische Topologie

Titel Englisch

Algebraic topology

Verantwortlich

Prof. Dr. Daniel Greb

Angebotsturnus

WS oder SS, nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Voraussetzungen (empfohlen)

Topologie oder Analysis III

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Erweiterungsbereich

Schwerpunkt

Algebra
Zuordnungen zu weiteren Schwerpunkten: Analysis

Lernziele

- Erlernen der Grundbegriffe der algebraischen Topologie
- Erfahrungen mit der Theorie der Klassifikation von Objekten
- Berechnung von (Ko-)homologiegruppen
- Präsentation und Diskussion eigener Lősungen in den Ũbungen

Inhalt

Ein Reifen sieht wirklich anders aus als eine Kugeloberfläche. Die Algebraische Topologie gibt uns die Werkzeuge, die diese Begriffe präziser machen und es erlauben, zum Beispiel Flächen durch Invarianten voneinander zu unterscheiden.

Diese Invarianten (Kohomologie, Homologie, Homotopiegruppen) finden sich auch in anderen Gebieten der Mathematik wie der Gruppentheorie, Algebraische oder Analytische Geometrie, etc).

Einfűhrung in die Algebraische Topologie; mögliche Themen sind:

- Topologische Räume und Mannigfaltigkeiten.
- Klassifizierung kompakter zweidimensionaler Mannigfaltigkeiten.
- Fundamentalgruppe, universelle Ũberlagerung und Galois-Operation.
- (Ko-)homologietheorie von Komplexen.
- Simpliziale und singuläre Homologie.
- De Rham Kohomologie und Integration.
- Kohomologie, Cup Produkt und Dualität.

  Die Ũbungen zur Algebraischen Topologie finden in Kleingruppen statt. Der Stoff der Vorlesungen wird in wőchentlichen schriftlichen Aufgaben vertieft.

Literaturbeispiele

- G. Brendon: Geometry and Topology, Springer
- A. Hatcher: Algebraic Topology, CUP
- R. Stöcker, H. Zieschang: Algebraische Topologie, Teubner

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung/4 SWS und Übung/2 SWS

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Die ECTS-Punkte werden auf Grund einer schriftlichen oder mündlichen Prüfung innerhalb von drei der Veranstaltung folgenden Monaten vergeben. Innerhalb von sechs Monaten nach der Prüfung besteht Möglichkeit zur Nachprüfung. Die Prüfungsleistung wird benotet. Die Lehrenden werden die Modalitäten der Prüfung zu Beginn der Veranstaltungen festlegen.

Mathematik

Algebraische Zahlentheorie II

Titel Englisch

Algebraic number theory II

Verantwortlich

Prof. Dr. Georg Hein

Angebotsturnus

SS, jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Zulassungsvoraussetzungen

Algebraische Zahlentheorie I

Voraussetzungen (empfohlen)

Algebra, Algebra 2

Sprache

Deutsch, bei Bedarf Englisch

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Erweiterungsbereich

Schwerpunkt

Algebra

Lernziele

Die Teilnehmer sollen die fortgeschrittenen Methoden erlernen, die in der modernen Zahlentheorie von Nutzen sind. Sie sollen die Bedeutung der lokalen Körper und Kohomologietheorie für die Beantwortung artihmetischer Probleme kennenlernen.

- Durchdringen anspruchsvoller Beweise
- Erlernen des Wechselspiels zwischen elementaren Fragen und modernen Techniken
- Anwenden der Methoden auf abstrakte und konkrete Probleme in den Übungen
- Mündliche und schriftliche Präsentation der eigenen Ansätze und Lösungen

Inhalt

Die Vorlesung gibt ein Einführung in die Klassenkörpertheorie. Typische Themen sind:

1. Reziprozitätsgesetze (lokal oder global)
   - Aussage des lokalen und globalen Reziprozitätsgesetzes
   - Anwendungen
2. Lokale Körper
   - Bewertungen und Vervollständigung
   - multiplikative Gruppe eines p-adischen Zahlkörpers
   - Verzeigungstheorie
3. Kohomologie endlicher Gruppen
   - G-Moduln
   - Kohomologiegruppen
   - exakte Kohomologiesequenz
   - Satz von Tate
   - Galoiskohomologie
4. Lokale Klassenkörpertheorie
   - Lubin-Tate theorie
   - Brauergruppe
   - lokales Reziprozitätsgesetz

Literaturbeispiele

Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung/4 SWS und Übung/2 SWS

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Die ECTS-Punkte werden auf Basis der Übungsaufgaben und einer mündlichen oder schriftlichen Prüfung innerhalb von drei der Veranstaltung folgenden Monaten vergeben. Innerhalb von sechs Monaten nach der Prüfung besteht Möglichkeit zur Nachprüfung. Die Prüfungsleistung wird benotet. Die Lehrenden werden die Modalitäten der Prüfung zu Beginn der Veranstaltungen festlegen.

Mathematik

Analytische Zahlentheorie I

Titel Englisch

Analytic number theory I

Verantwortlich

Prof. Dr. Vytautas Paskunas

Angebotsturnus

WS oder SS, nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Zulassungsvoraussetzungen

Grundlagen der Analysis (Analysis I und II), Grundlagen der Linearen Algebra (Lineare Algebra I und II)

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Erweiterungsbereich

Schwerpunkt

Algebra

Lernziele

- Die Teilnehmer erlernen die Methoden analytischen der Zahlentheorie
- Sie durchdringen anspruchsvolle Beweise
- Sie erlernen durch Übungsaufgaben klassische Anwendungen kennen
- Sie präsentieren ihre Lösungen sowohl schriftlich als auch mündlich

Inhalt

Die analytische Zahlentheorie erlaubt die Verbindung von Zahlentheorie und Analysis.
Typische Punkte einer Vorlesung sind:

- Riemannsche Zetafunktion und Verteilung der Primzahlen
- L-Reihen
- Primzahlen in arithmetischen Progression
- Taubersche Sätze
- Dedekindsche Zetafunktion und analytische Klassenzahlformel

Literaturbeispiele

Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung vierstündig mit Übungen zweistündig

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Die ECTS-Punkte werden auf Grund einer mündlichen oder schriftlichen Prüfung innerhalb von drei der Veranstaltung folgenden Monaten vergeben. Innerhalb von sechs Monaten nach der Prüfung besteht Möglichkeit zur Nachprüfung. Die Prüfungsleistung wird benotet. Die Lehrenden werden die Modalitäten der Prüfung zu Beginn der Veranstaltungen festlegen.

Mathematik

Komplexe Geometrie I

Titel Englisch

Complex geometry I

Verantwortlich

Prof. Dr. Daniel Greb

Angebotsturnus

WS, alle zwei Jahre im Wechsel mit Riemannsche Flächen I

Studierbar ab Fachsemester

M1

Zulassungsvoraussetzungen

Funktionentheorie

Sprache

In der Regel Deutsch, auf Wunsch Englisch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Erweiterungsbereich

Schwerpunkt

Algebra
Zuordnungen zu weiteren Schwerpunkten: Analysis

Lernziele

Die Begriffswelt der komplexen Mannigfaltigkeiten erlaubt ein Zusammenspiel von Anschauung und Theorie. Die Teilnehmer sollen lernen, die Anschauung formal sauber in analytische und algebraische Fragestellungen umzuformulieren, die Fragestellungen mit den präsentierten Methoden zu lösen, und die so gewonnenen Ergebnisse zu interpretieren.

- Erlernen der Grundbegriffe
- Durchdringen längerer Beweise
- Anwenden der Theorie auf Übungsaufgaben
- Präsentation und Diskussion der eigenen Lösungen in den Übungen

Das Modul kann zu einer Bachelor-Arbeit hinführen.

Inhalt

Einführung in die Theorie komplexer Mannigfaltigkeiten. Mögliche Themen (Reihenfolge nicht verpflichtend):

- holomorphe Funktionen mehrerer Veränderlicher
- Weierstraß-Vorbereitungssatz und Konsequenzen
- Definition des Begriffs komplexe Mannigfaltigkeit
- Konstruktionen komplexer Mannigfaltigkeiten, insbesondere als Quotienten nach komplexen Lie-Gruppen und als Untermannigfaltigkeiten von projektiven Räumen
- meromorphe Funktionen, meromorphe Funktionenkörper
- Divisoren und Geradenbündel, Abbildungen assoziiert zu diesen
- Kohomologietheorie (topologisch, algebraisch)
- Dolbeaut-Theorie

Die Übungen zur Vorlesung Komplexe Geometrie I finden in Kleingruppen statt. Der Stoff der Vorlesungen wird in wöchentlichen schriftlichen Aufgaben vertieft.

Literaturbeispiele

- Fritzsche-Grauert: From holomorphic functions to complex manifolds, Springer
- Huybrechts: Complex Geometry, Springer
- Voisin: Hodge Theory and Complex Algebraic Geometry, Cambridge University Press

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung/4 SWS und Übung/2 SWS

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Die ECTS-Punkte werden auf Grund einer mündlichen oder schriftlichen Prüfung innerhalb von drei der Veranstaltung folgenden Monaten vergeben. Innerhalb von sechs Monaten nach der Prüfung besteht Möglichkeit zur Nachprüfung. Die Prüfungsleistung wird benotet. Die Lehrenden werden die Modalitäten der Prüfung zu Beginn der Veranstaltungen festlegen.

Mathematik

Modulformen I

Titel Englisch

Modular forms I

Verantwortlich

Prof. Dr. Massimo Bertolini

Angebotsturnus

WS oder SS, nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Zulassungsvoraussetzungen

Funktionentheorie

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Erweiterungsbereich

Schwerpunkt

Algebra
Zuordnungen zu weiteren Schwerpunkten: Analysis

Lernziele

- Systematische Vertiefung und Erweiterung der im Bachelorstudium erlangten Kenntnisse und Fähigkeiten zur Mathematik
- Verbreiterung des eigenen mathematischen Wissens durch Herstellung auch inhaltlich komplexer Bezüge zwischen den verschiedenen Bereichen der Mathematik
- Kennenlernen ganzer Theorien und damit verbundene Beherrschung komplexer mathematischer Methoden und Techniken

Inhalt

Modulformen sind sehr wichtige Beispiele holomorpher Funktionen, die eine Verbindung von Modulräumen elliptischer Kurven zu holomorphen Funktionen mit bestimmten Transformationseigenschaften herstellen.

Die Vorlesung könnte wie folgt aufgebaut sein:

- Elliptische Modulgruppe
- Eisensteinreihen
- Algebra der Modulformen
- die j-Funktion
- elliptische Funktionen
- Anwendung auf elliptische Kurven
- Kongruenzuntergruppen
- Körper von Modulfunktionen
- Dimension von Modulformen-Räumen
- Anwendung auf Thetareihen ganzzahliger Gitter
- Hecke-Theorie

Literaturbeispiele

N. Koblitz: Introduction to elliptic curves and modular forms, Springer 1984.

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung vierstündig mit Übungen zweistündig

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Die ECTS-Punkte werden auf Grund einer mündlichen oder schriftlichen Prüfung innerhalb von drei der Veranstaltung folgenden Monaten vergeben. Innerhalb von sechs Monaten nach der Prüfung besteht Möglichkeit zur Nachprüfung. Die Prüfungsleistung wird benotet. Die Lehrenden werden die Modalitäten der Prüfung zu Beginn der Veranstaltungen festlegen.

Mathematik

Riemannsche Flächen I

Titel Englisch

Riemann surfaces I

Verantwortlich

Prof. Dr. Daniel Greb

Angebotsturnus

WS, alle zwei Jahre im Wechsel mit Komplexe Geometrie I

Studierbar ab Fachsemester

M1

Zulassungsvoraussetzungen

Grundlagen der Analysis, Grundlagen der Linearen Algebra

Voraussetzungen (empfohlen)

Funktionentheorie

Sprache

Deutsch, bei Bedarf Englisch

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Erweiterungsbereich

Schwerpunkt

Algebra
Zuordnungen zu weiteren Schwerpunkten: Analysis

Lernziele

Die Begriffswelt der Riemannschen Flächen erlaubt ein Zusammenspiel von Anschauung und Theorie. Die Teilnehmer sollen lernen, die Anschauung formal sauber in analytische Fragestellungen umzuformulieren und die so gewonnenen Ergebnisse zu interpretieren.

- Erlernen der Grundbegriffe
- Durchdringen längerer Beweise
- Anwenden der Theorie auf Übungsaufgaben
- Präsentation und Diskussion der eigenen Lösungen in den Übungen

Das Modul kann zu einer Bachelor-Arbeit hinführen.

Inhalt

Einführung in die Theorie der Riemannschen Flächen, insbesondere (die hier angegebene Reihenfolge ist nicht obligatorisch):

- Topologie von Mannigfaltigkeiten
- Definition Riemannscher Flächen
- Analytische Garben, insbesondere die der Differentialformen
- Kohomologie, Serre-Dualität, Riemann-Roch.

  Die Übungen zur Vorlesung Riemannsche Flächen I finden in Kleingruppen statt. Der Stoff der Vorlesungen wird in wöchentlichen schriftlichen Aufgaben vertieft.

Literaturbeispiele

- Forster, Lectures on Riemann Surfaces, Springer, 1981.
- Miranda, Algebraic Curves and Riemann Surfaces, AMS, 1995.

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung/4 SWS und Übung/2 SWS

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Die ECTS-Punkte werden auf Grund einer mündlichen oder schriftlichen Prüfung vergeben. Der Lehrende legt die Modalitäten der Prüfung zu Beginn der Veranstaltungen fest.

2.2 Schwerpunkt Analysis

Mathematik

Differentialgeometrie I

Titel Englisch

Differential geometry I

Verantwortlich

Prof. Dr. Ulrich Dierkes

Angebotsturnus

WS oder SS, nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Voraussetzungen (empfohlen)

Grundlagen der Analysis, Grundlagen der Linearen Algebra

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Erweiterungsbereich

Schwerpunkt

Analysis

Lernziele

Die Studierenden lernen die Krümmungsgrößen geometrischer Objekte (Kurven und Flächen) und deren tieferliegende Eigenschaften (Theorema egregium) kennen. Im Satz von Gauß-Bonnet gewinnen die Studierenden Einblick in das Zusammenwirken verschiedener mathematischer Disziplinen (wie Analysis-Geometrie-Topologie). Das Modul kann als Grundlage dienen für anschließende Seminare aus der Differentialgeometrie, den partiellen Differentialgleichungen und der algebraischen Geometrie.

Inhalt

- Lokale Kurventheorie im $\mathbb{R}^n$ oder $\mathbb{R}^3$
- Hauptsatz der Kurventheorie
- Lokale Flächentheorie im $\mathbb{R}^3$
- Hauptsatz der Flächentheorie
- Theorema Egregium
- Geodätische Linien

optional:

- Satz von Gauß-Bonnet
- Exponentialabbildung
- Satz von Hopf-Rinow
- Jacobi-Felder
- Anfänge der Riemannschen Geometrie

Literaturbeispiele

- do Carmo: Diff. Geom. of curves and Surfaces. Prentice Hall 1976
- W. Kühnel: Differentialgeometrie. Vieweg 1999
- W. Klingenberg: Eine Vorlesung über Differentialgeometrie. Springer 1973
- do Carmo: Riemannian Geometry. Springer 1992

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung/4 SWS und Übung/2 SWS

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Vorleistung: Lösen von Übungsaufgaben. Die ECTS-Punkte werden auf Grund einer mündlichen oder schriftlichen Prüfung innerhalb von drei der Veranstaltung folgenden Monaten vergeben. Innerhalb von sechs Monaten nach der Prüfung besteht Möglichkeit zur Nachprüfung. Die Prüfungsleistung wird benotet. Die Lehrenden werden die Modalitäten der Prüfung zu Beginn der Veranstaltungen festlegen.

Mathematik

Differenzierbare Mannigfaltigkeiten

Titel Englisch

Differentiable manifolds

Verantwortlich

Dr. habil. Ursula Ludwig

Angebotsturnus

WS oder SS, nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Voraussetzungen (empfohlen)

Grundlagen der Analysis, Grundlagen der Linearen Algebra, Analysis III

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Erweiterungsbereich

Schwerpunkt

Analysis
Zuordnungen zu weiteren Schwerpunkten: Algebra

Lernziele

Die Studierenden lernen das Konzept der differenzierbaren Mannigfaltigkeiten kennen, sowie grundlegende Konzepte der Analysis, Geometrie und Topologie dieser Objekte.

- Erlernen der Grundbegriffe
- Durchdringen längerer Beweise
- Anwendung der erlernten Theorie auf Übungsaufgaben
- Selbständiges Lösen von Übungsaufgaben und strukturierte Darlegung der Lösungswege

Inhalt

Einführung in die Analysis, Geometrie und Topologie differenzierbarer Mannigfaltigkeiten:

- Differenzierbare Mannigfaltigkeiten: Definition und Beispiele
- Tangentialraum
- Vektorbündel
- de Rham Kohomologie von Mannigfaltigkeiten, deren Eigenschaften und Berechnung.

Optional können weitere Konzepte aus der Differentialtopologie und/oder der Riemannschen Geometrie besprochen werden. Die Übungen zur Vorlesung Differenzierbare Mannigfaltigkeiten finden in Kleingruppen statt. Der Stoff der Vorlesungen wird in wöchentlichen schriftlichen Aufgaben vertieft.

Literaturbeispiele

Jeffrey M. Lee “Manifolds and Differential Geometry”
Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung/4 SWS und Übung/2 SWS

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Die ECTS-Punkte werden auf Grund einer mündlichen oder schriftlichen Prüfung innerhalb von drei der Veranstaltung folgenden Monaten vergeben. Innerhalb von sechs Monaten nach der Prüfung besteht Möglichkeit zur Nachprüfung. Die Prüfungsleistung wird benotet. Die Lehrenden werden die Modalitäten der Prüfung zu Beginn der Veranstaltungen festlegen. Die Lehrenden können die Zulassung zur Klausur von der aktiven Teilnahme am Übungsbetrieb abhängig machen.

Mathematik

Eindimensionale Variationsrechnung

Titel Englisch

One-dimensional calculus of variations

Verantwortlich

Prof. Dr. Paola Pozzi

Angebotsturnus

WS oder SS, nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Voraussetzungen (empfohlen)

Analysis III

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Erweiterungsbereich

Schwerpunkt

Analysis
Zuordnungen zu weiteren Schwerpunkten: Numerik, Optimierung

Lernziele

Erlernen von Grundbegriffen und wichtigen Beweistechniken aus der Variationsrechnung

Inhalt

Das Ziel der Variationsrechnung ist es, optimale Lösungen eines Problems zu finden und ihre Eigenschaften zu beschreiben. Zum Beispiel kann man die kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten auf einer Fläche suchen.

Die Variationsrechnung spielt in Geometrie, Physik und Numerik eine wichtige Rolle.

Thema der Vorlesung ist eine Einführung in die Variationsrechnung in einer Dimension. Technisch betrachtet etwas einfacher, beleuchtet der eindimensionale Fall zahlreiche Phänomene, die auch bei mehrdimensionalen Problemen eine Rolle spielen.

Hauptthema wird die Frage nach der Existenz und den Eigenschaften von Minima – oder allgemeiner von Extrema – von Funktionalen sein. Funktionale ordnen einer Funktion $u = u(x)$, $x \in (a, b)$ eine reelle Zahl

$$\mathcal{F}(u) = \int_a^b F(x, u(x), u'(x))\, dx$$

zu. Hierbei ist die Funktion F gegeben und vom konkreten Problem abhängig.

Nach einer Einführung mit den klassichen Methoden, werden wir uns mit den moderneren sogenannten „direkten Methoden“ vertraut machen.

Literaturbeispiele

B. Dacorogna, Introduction to The calculus of Variations, Imperial College Press, 2004.

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung

Arbeitsaufwand

90 Stunden, davon 30 Stunden Präsenz.

ECTS-Punkte

3.

Prüfungsform

In der Regel mündliche Prüfung. Die Modalitäten der Prüfung werden zu Beginn der Veranstaltungen von der/dem Lehrenden festgelegt und bekanntgegeben.

Mathematik

Funktionalanalysis II

Titel Englisch

Functional analysis II

Verantwortlich

Prof. Dr. Petra Wittbold

Angebotsturnus

WS, nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Zulassungsvoraussetzungen

Grundlagen der Linearen Algebra, Analysis I–III, Funktionalanalysis I

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Erweiterungsbereich

Schwerpunkt

Analysis

Lernziele

- Die Studierenden beherrschen die aufgeführten Lehrinhalte und vertiefen sie in den begleitenden Übungen.
- Erlernen und Anwenden (insbes. auf lineare partielle Differentialgleichungen) fortgeschrittener funktionalanalytischer Konzepte und Methoden
- Schulung des Abstraktionsvermögens, Erweiterung der Problemlösungskompetenzen, Ausbau der Fähigkeit der Interpretation und Anwendung der von der abstrakten Theorie gelieferten Ergebnisse auf konkrete Anwendungsprobleme

Inhalt

- Spektralzerlegung und Funktionalkalkül beschränkter selbstadjungierter Operatoren in Hilberträumen
- Sobolevräume und Fouriertransformation
- Unbeschränkte lineare Operatoren, insbes. selbstadjungierte Erweiterung symmetrischer Operatoren
- Spektralsätze für unbeschränkte selbstadjungierte Operatoren im Hilbertraum
- Operatorhalbgruppen und lineare Evolutionsprobleme in Banachräumen

Die Übungen zur Funktionalanalysis II finden in Kleingruppen statt. Der Stoff der Vorlesung wird in wöchentlichen schriftlichen Aufgaben vertieft.

Literaturbeispiele

- D. Werner, Funktionalanalysis, Springer
- W. Rudin, Functional Analysis, Mc Graw-Hill

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung (4 SWS) und Übung (2 SWS)

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Benotete mündliche oder schriftliche Prüfung am Semesterende. Der Vorlesende gibt die Prüfungsmodalitäten am Anfang des Semesters bekannt.

Mathematik

Minimalflächen

Titel Englisch

Minimal surfaces

Verantwortlich

Prof. Dr. Ulrich Dierkes

Angebotsturnus

WS oder SS, nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Zulassungsvoraussetzungen

Grundlagen der Analysis (Analysis I und II), Grundlagen der Linearen Algebra (Lineare Algebra I und II)

Voraussetzungen (empfohlen)

Analysis III

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Erweiterungsbereich

Schwerpunkt

Analysis

Lernziele

Die Studierenden haben Kenntnisse über die grundlegenden Begriffe und Methoden der Minimalflächentheorie und deren geometrische Bedeutung erworben. Sie sind fähig, dieses Wissen in Übungsaufgaben anzuwenden.

Inhalt

- Theorie zweidimensionaler Minimalflächen in $\mathbb{R}^3$
- Konforme Darstellung
- Analytizität
- Krümmungsabschätzungen / Satz von Bernstein
- Weierstraß-Darstellung
- Theorie der zweiten Variation

Literaturbeispiele

Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung/4 SWS und Übung/2 SWS

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon je 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

- In der Regel: Mündliche Prüfung am Semesterende
- Wird vom Vorlesenden am Semesteranfang bekannt gegeben

Mathematik

Riemannsche Geometrie I

Titel Englisch

Riemannian geometry I

Verantwortlich

Prof. Dr. Andreas Gastel

Angebotsturnus

WS oder SS, nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Erweiterungsbereich

Schwerpunkt

Analysis

Lernziele

Die Studierenden lernen, wie Konzepte aus der Analysis benutzt werden, um geometrische Begriffe zu formalisieren und für Berechnungen zugänglich zu machen. Sie entwickeln eine Anschauung geometrischer Räume und lernen, geeignete Konzepte für gegebene geometrische Fragestellungen zu benutzen. In den Übungsaufgaben lernen sie auch die spezifischen Rechenmethoden der Riemannschen Geometrie kennen, insbesondere das Rechnen mit Tensoren. In den Übungsgruppen werden die Ergebnisse präsentiert und diskutiert.

Inhalt

Die wesentlichen Konzepte der Riemannschen Geometrie werden vorgestellt, etwa mit einer Auswahl aus der folgenden Liste:

- Differenzierbare Mannigfaltigkeiten
- Riemannsche Mannigfaltigkeiten
- Tangentialbündel (oder allgemeiner Vektorbündel), Zusammenhänge, Levi-Civita-Zusammenhang
- Lie-Gruppen und ihre Operationen
- Geodätische, Exponentialabbildung und Vollständigkeit
- Riemannsche Schnittkrümmung, Ricci- und Skalarkrümmung
- zweite Fundamentalform
- 1. und 2. Variation der Länge von Kurven
- Rauchsche Vergleichssätze, Satz von Bonnet-Myers, Sphärensatz

Literaturbeispiele

- doCarmo: Riemannian Geometry
- Gallot, Hulin, Lafontaine: Riemannian Geometry
- Jost: Riemannian Geometry and Geometric Analysis
- Gromoll, Klingenberg, Meyer: Riemannsche Geometrie im Großen

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung (4 SWS) mit Übungen (2 SWS)

Arbeitsaufwand

270 Stunden, davon 90 Stunden Präsenz

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Die ECTS-Punkte werden auf Grund einer mündlichen oder schriftlichen Prüfung innerhalb von drei der Veranstaltung folgenden Monaten vergeben. Innerhalb von sechs Monaten nach der Prüfung besteht Möglichkeit zur Nachprüfung. Die Prüfungsleistung wird benotet. Die Lehrenden werden die Modalitäten der Prüfung zu Beginn der Veranstaltungen festlegen.

Mathematik

Variationsrechnung I

Titel Englisch

Calculus of variations I

Verantwortlich

Prof. Dr. Ulrich Dierkes

Angebotsturnus

WS oder SS, nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Zulassungsvoraussetzungen

Grundlagen der Analysis, Grundlagen der Linearen Algebra

Voraussetzungen (empfohlen)

Analysis III

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Erweiterungsbereich

Schwerpunkt

Analysis

Lernziele

Die Studierenden erlernen Unterhalbstetigkeitstechniken zur Konstruktion von Lösungen gewisser Variationsprobleme. Hierzu werden ferner geeignete Räume erklärt, die auch über die Variationsrechnung hinaus von Bedeutung sind und vielfache Anwendung in der Analysis haben.

Inhalt

- Notwendige Bedingungen: Erste und zweite Variation.
- Direkte Methode der Variationsrechnung, Dirichlet-Prinzip.
- Sobolev-Räume, Randwerte von Sobolev-Funktionen.
- Unterhalbstetigkeitsresultate.
- Existenzsätze.

Literaturbeispiele

- C. B. Morrey: Multiple integrals in the calculus of variations. Springer GL 130, 1966
- M. Giaquinta, S. Hildebrandt: Calculus of variations I/II. Springer GL 310/311, 1996
- M. Giaquinta: Multiple Integrals in the Calculus of Variations. Princeton 1983
- L. C. Evans: Partial Differential Equations. AMS Graduate Studies Math. 1998
- E. Zeidler: Applied functional analysis. Springer 1997

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung/4 SWS und Übung/2 SWS

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Voraussetzung: Lösen von Übungsaufgaben. Mündliche oder schriftliche Prüfung im Anschluss an die Veranstaltung mit Möglichkeit zur Nachprüfung.

2.3 Schwerpunkt Numerik

Mathematik

Gemischte Finite-Element-Methoden

Titel Englisch

Mixed finite element methods

Verantwortlich

Prof. Dr. Gerhard Starke

Angebotsturnus

WS oder SS, nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Erweiterungsbereich

Schwerpunkt

Numerik

Lernziele

- Aktives Erlernen der Begriffsbildungen der Numerischen Mathematik am Beispiel ausgewählter partieller Differentialgleichungen
- Umfassendes Verständnis der theoretischen Grundlagen und numerischen Methoden und deren Einsatzbereich
- Eigenständige Präsentation der Lösungen und deren Vertretung in einer Diskussion
- Behandlung mathematischer Probleme mit numerischen Methoden und deren algorithmische Umsetzung

Inhalt

Gemischte Finite-Element-Methoden kommen bei elliptischen Randwertproblemen zum Einsatz, wenn man verschiedene Felder eines physikalischen Prozesses simultan approximieren möchte. In der Vorlesung werden zunächst die theoretischen Grundlagen des Galerkin-Verfahrens auf den Fall gemischter Variationsformulierungen verallgemeinert (inf-sup-Bedingung). Danach werden allgemeinere Finite-Element-Räume mit verschiedenen Approximationseigenschaften für skalare und vektorielle Felder vorgestellt. Schliesslich werden damit über die Betrachtung der Poisson-Gleichung hinaus Probleme aus der Strömungs- und Festkörpermechanik (Stokes-Gleichungen für viskose inkompressible Strömungen, Lamé-Gleichungen der linearen Elastizität) behandelt.

Literaturbeispiele

D. Boffi, F. Brezzi, M. Fortin: Mixed Finite Element Methods and Applications, Springer-Verlag, 2013

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung/4 SWS und Übung/2 SWS

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Die ECTS-Punkte werden auf Grund einer mündlichen oder schriftlichen Prüfung innerhalb von drei der Veranstaltung folgenden Monaten vergeben. Innerhalb von sechs Monaten nach der Prüfung besteht Möglichkeit zur Nachprüfung. Die Prüfungsleistung wird benotet. Die Lehrenden werden die Modalitäten der Prüfung zu Beginn der Veranstaltungen festlegen.

Mathematik

Numerik von Evolutionsgleichungen

Titel Englisch

Numerical analysis for evolution equations

Verantwortlich

Prof. Dr. Irwin Yousept

Angebotsturnus

SS, jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Voraussetzungen (empfohlen)

Numerik partieller Differentialgleichungen

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Erweiterungsbereich

Schwerpunkt

Numerik
Zuordnungen zu weiteren Schwerpunkten: Analysis, Numerik, Optimierung

Lernziele

- Aktives Erlernen der Begriffsbildungen der Numerischen Mathematik am Beispiel ausgewählter partieller Differentialgleichungen
- Umfassendes Verständnis der theoretischen Grundlagen und numerischen Methoden und deren Einsatzbereich
- Eigenständige Präsentation der Lösungen und deren Vertretung in einer Diskussion
- Behandlung mathematischer Probleme mit numerischen Methoden und deren algorithmische Umsetzung

Inhalt

Es werden numerische Verfahren zur Lösung von Evolutionsgleichungen behandelt. Mögliche Themen der Vorlesung sind:

- Galerkinverfahren für Evolutionsgleichungen
- Rothe-Methode für Evolutionsgleichungen
- Volldiskrete Schemata für Evolutionsgleichungen
- Stabilität und Konvergenz
- Anwendung auf lineare parabolische und hyperbolische Gleichungen in der mathematischen Physik
- Finite-Elemente-Methode
- Finite-Volumen-Methode
- Discontinuous-Galerkin-Methode
- Nichtlineare Probleme

Die Übungen zur Vorlesung finden in Kleingruppen statt. Der Stoff der Vorlesungen wird in wöchentlichen schriftlichen Aufgaben vertieft. Diese können auch eine praktische Komponente enthalten, bei der numerische Verfahren am Rechner entwickelt und getestet werden.

Literaturbeispiele

Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung/4 SWS und Übung/2 SWS

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Benotete mündliche oder schriftliche Prüfung am Semesterende. Die Modalitäten der Prüfung sowie etwaiger Zulassungsvoraussetzungen werden zu Beginn der Veranstaltungen von der/dem Lehrenden festgelegt und bekanntgegeben.

2.4 Schwerpunkt Optimierung

Mathematik

Mathematische Spieltheorie

Titel Englisch

Mathematical game theory

Verantwortlich

Prof. Dr. Christian Clason

Angebotsturnus

WS oder SS, nicht regelmäßig

Studierbar ab Fachsemester

M1

Voraussetzungen (empfohlen)

Nichtlineare Optimierung

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Erweiterungsbereich

Schwerpunkt

Optimierung

Lernziele

- Kenntnis der wesentlichen Konzepte und Begriffe der mathematischen Spieltheorie
- Beherrschen grundlegender Techniken für die Existenz von Gleichgewichten, insbesondere von Fixpunktsätzen
- Verständnis moderner Verfahren für die numerische Lösung und deren praktischer Umsetzung

In den Übungen soll das Verständnis dieser Themen anhand von Beispielen vertieft und die numerische Implementierung der Lösungsverfahren erlernt werden.

Inhalt

- Definition, Klassifikation, und Beispiele strategischer Spiele
- Existenz von Nash-Gleichgewichten
- Zwei-Personen-Spiele
- Verallgemeinerte Nash-Gleichgewichte
- Numerische Verfahren

Literaturbeispiele

Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung und Übung

Arbeitsaufwand

270 Stunden, davon 90 Präsenz

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

mündliche Prüfung

Mathematik

Mathematische Bildverarbeitung

Titel Englisch

Mathematical imaging

Verantwortlich

Prof. Dr. Christian Clason

Angebotsturnus

WS, nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Voraussetzungen (empfohlen)

Funktionalanalysis I, Nichtlineare Optimierung

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Erweiterungsbereich

Schwerpunkt

Optimierung
Zuordnungen zu weiteren Schwerpunkten: Analysis, Numerik

Lernziele

- Kenntnis moderner Variationsmethoden für Fragestellungen der Bildverarbeitung und -rekonstruktion
- Beherrschen analytischer Techniken für den Nachweis der Existenz und die Herleitung notwendiger Optimalitätsbedingungen für Lösungen von Bildrekonstruktionsproblemen
- Beherrschen moderner Verfahren für die numerische Lösung und deren praktischer Umsetzung
- Kenntnis praktischer Anwendungen in der biomedizinischen Bildgebung

In den Übungen soll das Verständnis dieser Themen anhand von Beispielen vertieft und die numerische Implementierung der Lösungsverfahren erlernt werden.

Inhalt

- Grundlagen der Variationsrechnung und der konvexen Analysis
- Numerische Algorithmen
- Bildmodelle
- Rekonstruktionsmodelle
- Beispiele aus der biomedizinischen Bildgebung

Literaturbeispiele

Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung/4 SWS und Übung/2 SWS

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

mündlich

Mathematik

Stochastische Optimierung

Titel Englisch

Stochastic programming

Verantwortlich

Prof. Dr. Rüdiger Schultz

Angebotsturnus

WS, nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Voraussetzungen (empfohlen)

Optimierung I, Stochastik

Sprache

In der Regel Englisch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Erweiterungsbereich

Schwerpunkt

Optimierung

Lernziele

Das Modul vermittelt spezielle Kenntnisse zur Theorie und Algorithmik der Optimierung unter Ungewissheit. Die Teilnehmer erlernen Modellierungstechniken und Ansätze zur softwaretechnischen Realisierung. Die Teilnehmer erwerben so vertiefende Kenntnisse in einem Teilgebiet der Optimierung an der Schnittstelle mit Stochastik und Maßtheorie. Die Fragestellungen dieses Gebietes sind in den meisten praktischen Problemstellungen relevant, prominente Beispiele sind die unsicheren Prognosen des Bedarfs, die Berücksichtigung von Ausfallwahrscheinlichkeiten in Fragestellungen der Produktionsoptimierung oder Kursentwicklungen in Portfolio-Optimierungen.

Inhalt

- Lineare stochastische Optimierungsprobleme,
- Lineare gemischt-ganzzahlige stochastische Optimierungsprobleme,
- Lösungsverfahren: Regularisierte Dekomposition, Szenario-Dekomposition,
- Branch-and-Fix Koordination,
- Struktur und Algorithmik für Aufgaben mit Risikoaversion

Literaturbeispiele

- Birge, Louveaux: Introduction to Stochastic Programming. Springer 1997
- Kall, Wallace: Stochastic Programming. Wiley 1994
- Prekopa: Stochastic Programming. Kluwer 1995
- Ruszczynski, Shapiro: Stochastic Programming. Elsevier 2003
- Shapiro, Dentcheva, Ruszczynski: Lectures on Stochastic Programming, MPS-SIAM 2009

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung/4 SWS und Übung/2 SWS

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Die ECTS-Punkte werden auf Grund einer mündlichen Prüfung innerhalb von drei der Veranstaltung folgenden Monaten vergeben. Innerhalb von sechs Monaten nach der Prüfung besteht Möglichkeit zur Nachprüfung. Die Prüfungsleistung wird benotet. Die Lehrenden werden die Modalitäten der Prüfung zu Beginn der Veranstaltungen festlegen.

Mathematik

Variationsrechnung und optimale Steuerung bei gewöhnlichen Differentialgleichungen

Titel Englisch
Calculus of variations and optimal control

Verantwortlich
Prof. Dr. Arnd Rösch

Angebotsturnus
nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester
M1

Zulassungsvoraussetzungen
Grundlagen der Analysis (Analysis I und II), Grundlagen der Linearen Algebra (Lineare Algebra I und II)

Sprache
In der Regel deutsch.

Status
Wahlpflichtmodul

Bereich
Erweiterungsbereich

Schwerpunkt
Optimierung
Zuordnungen zu weiteren Schwerpunkten: Analysis

Lernziele
Das Lernziel besteht in der Vermittlung von Grundkenntnissen und Grundfertigkeiten im Bereich Variationsrechnung und Optimale Steuerung von gewöhnlichen Differentialgleichungen. Diese Fähigkeiten werden in den Übungen mit Hilfe elementarer Beispiele vertieft und verfestigt. Außerdem werden einfache Anwendungsbeispiele aus der Mechanik diskutiert, um die Anwendbarkeit des erlernten Wissens zu demonstrieren.

Inhalt
Das Modul stellt Grundkenntnisse in der Variationsrechnung und der Optimalen Steuerung bei gewöhnlichen Differentialgleichungen bereit. In der Variationsrechnung werden schwerpunktmäßig Optimalitätsbedingungen erster und zweiter Ordnung für verschiedene einfache Aufgabentypen behandelt. Bei der Optimalen Steuerung von gewöhnlichen Differentialgleichungen werden folgende Aspekte diskutiert: Steuerbarkeit und Erreichbarkeit, Existenz optimaler Steuerungen, Optimalitätsbedingungen, Feedbacksteuerungen.

Literaturbeispiele

- A. D. Ioffe und V.M. Tikhomirov, Theorie der Extremalaufgaben, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1979.
- J. W. Macki und A. Strauss, Introduction to optimal control theory, Springer-Verlag, New York-Berlin, 1982.

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform
Vorlesung/4 SWS und Übung/2 SWS

Arbeitsaufwand
270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte
9.

Prüfungsform
mündlich

2.5 Schwerpunkt Stochastik

Mathematik

Wahrscheinlichkeitstheorie II

Titel Englisch

Probability theory II

Verantwortlich

Prof. Dr. Anita Winter

Angebotsturnus

WS, jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Zulassungsvoraussetzungen

Grundlagen der Analysis, Grundlagen der Linearen Algebra

Voraussetzungen (empfohlen)

Wahrscheinlichkeitstheorie I

Sprache

Deutsch oder Englisch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Erweiterungsbereich

Schwerpunkt

Stochastik

Lernziele

Die Teilnehmer sollen die Grundlagen der Theorie der stochastischen Prozesse erlernen. Insbesonders sollen sie

Markov-Prozesse und Martingale als wichtige Prozessklassen kennenlernen. Am Beispiel der Brownschen Bewegung

sollen wichtige Beweistechniken selbstständig angewandt werden können. Die Vorlesung bietet die Grundlage für vertiefende Vorlesungen im Masterprogramm, die dann zu einer Master-Arbeit oder Promotion im Bereich Wahrscheinlichkeitstheorie befähigen.

Inhalt

Wahrscheinlichkeitstheorie II, insbesondere (die hier angegebene Reihenfolge ist nicht obligatorisch):

1. Konvergenz von Maßen, Satz von Prokhorov
2. Austauschbarkeit
3. Zentraler Grenzwertsatz
4. Martingale
5. Gleichgradige Integrierbarkeit
6. Optionales Stoppen und Samplen
7. Martingalkonvergenzsätze
8. Brownsche Bewegung
9. Donskers Invarianzprinzip

Literaturbeispiele

- Achim Klenke; Wahrscheinlichkeitstheorie, Springer 2005
- Achim Klenke; Probability, Springer 2008
- Peter Mörters and Yuval Peres; Brownian motion, Cambridge 2010

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung/4 SWS und Übung/2 SWS

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Die ECTS-Punkte werden auf Grund einer mündlichen oder schriftlichen Prüfung innerhalb von drei der Veranstaltung folgenden Monaten vergeben. Innerhalb von sechs Monaten nach der Prüfung besteht die Möglichkeit zur Nachprüfung. Die Prüfungsleistung wird benotet. Die Lehrenden werden die Modalitäten der Prüfung zu Beginn der Veranstaltungen festlegen.

3 Vertiefungsbereich

Der Vertiefungsbereich umfasst die Vorlesungs-Module, die zum Schreiben einer Masterarbeit befähigen und forschungsnahe Themen behandeln. Inhaltlich sind die Module wieder den fünf bekannten Schwerpunkten zugeordnet.

Eine Sonderrolle spielen die Module „Ausgewählte Themen der ...“; diese können *mehrfach belegt* werden, wenn sich die Lehrinhalte wesentlich unterscheiden. Zum Beispiel kann man sich im Modul „Ausgewählte Themen der Analysis“ sowohl über Geometrische Maßtheorie als auch über Partielle Differentialgleichungen II prüfen lassen. Die einzelnen Lehrveranstaltungen sind so konzipiert, dass die zugeordneten Credits wie üblich dem Arbeitsaufwand entsprechen:

Umfang der Veranstaltung	Arbeitsaufwand	Credits
4 SWS Vorlesung, 2 SWS Übung	270 h (davon 90 h Präsenz)	9
4 SWS Vorlesung	180 h (davon 60 h Präsenz)	6
3 SWS Vorlesung, 1 SWS Übung	180 h (davon 60 h Präsenz)	6
2 SWS Vorlesung, 2 SWS Übung	180 h (davon 60 h Präsenz)	6
2 SWS Vorlesung	90 h (davon 30 h Präsenz)	3
1 SWS Vorlesung, 1 SWS Übung	90 h (davon 30 h Präsenz)	3

Im Masterstudiengang Mathematik sind mindestens 18 Credits in Modulen des Vertiefungsbereichs zu erbringen.

Module des Vertiefungsbereichs, für die eine zugeordnete Lehrveranstaltung bereits in die Bachelor-Prüfung des für die Zulassungsvoraussetzung vorgelegten Studiengangs eingebracht worden ist, können nicht angerechnet bzw. anerkannt werden; ausgenommen sind Zusatzleistungen oder Leistungen im Rahmen eines Bachelorstudiengangs mit mehr als sechs Semestern bzw. 180 ECTS-Punkten.

Wir verweisen für detaillierte Informationen zum Studienablauf auf die Prüfungsordnungen.

3.1 Schwerpunkt Algebra

Mathematik

Algebraische Geometrie II

Titel Englisch

Algebraic geometry II

Verantwortlich

Prof. Dr. Georg Hein

Angebotsturnus

SS, jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Zulassungsvoraussetzungen

Grundlagen der Analysis, Grundlagen der Linearen Algebra

Voraussetzungen (empfohlen)

Inhalte des Moduls Algebra. Diese können ersetzt werden durch die Inhalte der beiden Module Funktionentheorie I und Riemannsche Flächen I.

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Algebra

Lernziele

Die Teilnehmer sollen die algebraischen Methoden erlernen, die in der Geometrie von Nutzen sind. Sie sollen geometrische Fragestellungen kennen lernen und die Bedeutung der Garben, Kohomologietheorie und Funktoren für deren Behandlung. Das Modul kann als Grundlage dienen für anschließende Seminare und weiterführende Vorlesungen aus der algebraischen Geometrie.

- Durchdringen anspruchsvoller Beweise
- Erlernen des Wechselspiels zwischen Geometrie und Algebra
- Anwenden der Theorie auf abstrakte und konkrete Probleme in den Übungen
- Mündliche und schriftliche Präsentation der eigenen Ansätze und Lösungen

Inhalt

Algebraische Geometrie II
Typische Inhalte dieses Moduls sind:

- Kohomologie von Garben
- Cech Kohomologie
- Ext Gruppen
- Serre-Dualität
- Höhere direkete Bilder, Basiswechsel
- Anwendung auf den Fall proketiver Kurven

Literaturbeispiele

Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung/4 SWS und Übung/2 SWS

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Die ECTS-Punkte werden auf Grund einer mündlichen oder schriftlichen Prüfung innerhalb von drei der Veranstaltung folgenden Monaten vergeben. Innerhalb von sechs Monaten nach der Prüfung besteht Möglichkeit zur Nachprüfung. Die Prüfungsleistung wird benotet. Die Lehrenden werden die Modalitäten der Prüfung zu Beginn der Veranstaltungen festlegen.

Mathematik

Komplexe Geometrie II

Titel Englisch

Complex geometry II

Verantwortlich

Prof. Dr. Daniel Greb

Angebotsturnus

SS, alle zwei Jahre im Wechsel mit Riemannsche Flächen II

Studierbar ab Fachsemester

M1

Zulassungsvoraussetzungen

Funktionentheorie

Voraussetzungen (empfohlen)

Komplexe Geometrie I

Sprache

in der Regel Englisch

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Algebra
Zuordnungen zu weiteren Schwerpunkten: Analysis

Lernziele

Das Zusammenspiel algebraischer, topologischer und analytischer Methoden zur Beschreibung kompakter komplexer Mannigfaltigkeiten soll vorgestellt werden. Das Modul kann Grundlage einer Master-Arbeit sein. Das Modul kann außerdem als Grundlage dienen für anschließende Seminare und weiterführende Vorlesungen aus der komplexen oder algebraischen Geometrie und aus der algebraischen oder Differential-Topologie.

Inhalt

Aufbauend auf dem Modul Komplexe Geometrie I soll in diesem Modul die Theorie komplexer Mannigfaltigkeiten weiterentwickelt werden. Mögliche Themen (Reihenfolge nicht verpflichtend):

- komplexe Vektorbündel und holomorphe Strukturen
- Dolbeault-Theorie mit Werten in einem Vektorbündel
- Hermitesche Metriken und deren Krümmung
- Weiterentwicklung der Kohomologietheorie
- Kähler-Metriken
- Verschwindungssätze und deren geometrische Konsequenzen
- Kodaira-Einbettungssatz
- analytische Mengen in komplexen Mannigfaltigkeiten
- Satz von Chow

Literaturbeispiele

- Demailly: Complex analytic and differential geometry, Open Content Book
- Fritzsche-Grauert: From holomorphic functions to complex manifolds, Springer
- Huybrechts: Complex Geometry, Springer
- Voisin: Hodge theory and complex algebraic geometry, Cambridge University Press
- Wells: Differential analysis on complex manifolds, Springer

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung/4 SWS und Übung/2 SWS

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Die ECTS-Punkte werden auf Grund einer mündlichen oder schriftlichen Prüfung innerhalb von drei der Veranstaltung folgenden Monaten vergeben. Innerhalb von sechs Monaten nach der Prüfung besteht Möglichkeit zur Nachprüfung. Die Prüfungsleistung wird benotet. Die Lehrenden werden die Modalitäten der Prüfung zu Beginn der Veranstaltungen festlegen.

Mathematik

Riemannsche Flächen II

Titel Englisch
Riemann surfaces II

Verantwortlich
Prof. Dr. Daniel Greb

Angebotsturnus
SS, alle zwei Jahre im Wechsel mit Komplexe Geometrie II

Studierbar ab Fachsemester
M1

Zulassungsvoraussetzungen
Funktionentheorie I und Riemannsche Flächen I

Sprache
Deutsch, bei Bedarf Englisch

Status
Wahlpflichtmodul

Bereich
Vertiefungsbereich

Schwerpunkt
Algebra
Zuordnungen zu weiteren Schwerpunkten: Analysis

Lernziele
Anhand der Riemannschen Flächen soll das Zusammenspiel algebraischer, topologischer und analytischer Methoden zur Beschreibung kompakter komplexer Mannigfaltigkeiten vorgestellt werden. Das Modul kann Grundlage einer Master-Arbeit sein. Das Modul kann außerdem als Grundlage dienen für anschließende Seminare und weiterführende Vorlesungen aus der analytischen oder algebraischen Geometrie und aus der algebraischen oder Differential-Topologie.

Inhalt
Einführung in die Theorie der Riemannschen Flächen, insbesondere (die hier angegebene Reihenfolge ist nicht obligatorisch):

- Hodge-Strukturen des Gewichts 1
- Uniformisierung
- Realisierung und Projektivität von Riemannschen Flächen
- Abel-Jacobi Theorie

Die Übungen zur Vorlesung Riemannsche Flächen II finden in Kleingruppen statt. Der Stoff der Vorlesungen wird in wöchentlichen schriftlichen Aufgaben vertieft.

Literaturbeispiele

- Arbarello-Cornalba-Griffiths-Harris, Geometry of Algebraic Curves, vol. I, Springer, 1985
- Forster, Lectures on Riemann Surfaces, Springer, 1981
- Miranda, Algebraic Curves and Riemann Surfaces, AMS, 1995

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform
Vorlesung/4 SWS und Übung/2 SWS

Arbeitsaufwand
270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte
9.

Prüfungsform
Die ECTS-Punkte werden auf Grund einer mündlichen Prüfung innerhalb von drei der Veranstaltung folgenden Monaten vergeben. Innerhalb von sechs Monaten nach der Prüfung besteht Möglichkeit zur Nachprüfung. Die Prüfungsleistung wird benotet. Die Lehrenden werden die Modalitäten der Prüfung zu Beginn der Veranstaltungen festlegen.

Mathematik

Ausgewählte Themen der Algebraischen Geometrie

Titel Englisch

Special topics in algebraic geometry

Verantwortlich

Prof. Dr. Georg Hein

Angebotsturnus

jedes Semester

Studierbar ab Fachsemester

M2

Voraussetzungen (empfohlen)

Diese Veranstaltung baut in der Regel auf einer Vorlesung aus dem Vorsemester auf, die vorausgesetzt wird.

Algebraische Geometrie I, Algebraische Geometrie II, Algebra, Funktionentheorie

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Algebra

Lernziele

Erlernen fortgeschrittener Beweistechniken aus den Bereichen Algebraische Geometrie, Komplexe Geometrie und Zahlentheorie.

Diese Kenntnisse sollen zu einer Master-Arbeit oder der Verbreiterung des mathematischen Horizontes dienen.

- Verständnis komplexer Beweise
- Anwenden der erlernten Theorie in verschiedenen Zusammenhängen
- Präsentation eigener Ansätze und Beweise
- Vertrautheit mit den typischen Fragestellungen der Theorie

Inhalt

In diesem Modul werden die Studenten an die aktuelle Forschung im Bereich Algebraische Geometrie herangeführt. Mögliche Vorlesungen sind:

1. Algebraische Geometrie III
2. Abelsche Varietäten
3. Torische Varietäten
4. Deformationstheorie
5. Modulräume von Garben und Varietäten

Literaturbeispiele

Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung und Übung

Arbeitsaufwand

90-270 Stunden davon 30-90 Präsenz

ECTS-Punkte

3-9, je nach Arbeitsaufwand.

Prüfungsform

- In der Regel: Mündliche Prüfung am Semesterende
- Wird vom Vorlesenden am Semesteranfang bekanntgegeben

Bemerkungen

Bei sehr kleinen Gruppengrößen kann die Veranstaltung in Form eines Lesekurses durchgeführt werden.

Mathematik

Ausgewählte Themen der Komplexen Geometrie

Titel Englisch

Special topics in complex geometry

Verantwortlich

Prof. Dr. Daniel Greb

Angebotsturnus

WS oder SS, nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M2

Zulassungsvoraussetzungen

Komplexe Geoemtrie I und II

Sprache

In der Regel Deutsch oder Englisch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Algebra
Zuordnungen zu weiteren Schwerpunkten: Analysis

Lernziele

Erlernen fortgeschrittener Beweistechniken aus den Bereichen der algebraische und komplexe Geometrie.

Diese Kenntnisse sollen zu einer Master-Arbeit oder der Verbreiterung des mathematischen Horizontes dienen.

- Verständnis komplexer Beweise
- Anwenden der erlernten Theorie in verschiedenen Zusammenhängen
- Präsentation eigener Ansätze und Beweise
- Vertrautheit mit den typischen Fragestellungen der Theorie

Inhalt

In diesem Modul werden die Studenten an die aktuelle Forschung im Bereich der Komplexe Geometrie herangeführt. Mögliche Vorlesungen sind:

1. Komplexe Geometrie III
2. Garben auf komplexen Räumen
3. Calabi-Yau-Mannigfaltigkeiten
4. Hodge-Theorie
   - Hodge-Zerlegung auf kompakten Kähler-Mannigfaltigkeiten
   - topologische Konsequenzen
   - Verhalten unter Deformationen
   - Perioden-Abbildungen
   - Beispiele (Abelsche Varietäten, Hyperflächen)
   - relative Hodge-Theorie und Spektralsequenzen

Literaturbeispiele

Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung mit Übungen

Arbeitsaufwand

90-270 Stunden

ECTS-Punkte

3-9 je nach Arbeitsaufwand.

Prüfungsform

Die ECTS-Punkte werden auf Grund einer mündlichen oder schriftlichen Prüfung innerhalb von drei der Veranstaltung folgenden Monaten vergeben. Innerhalb von sechs Monaten nach der Prüfung besteht Möglichkeit zur Nachprüfung. Die Prüfungsleistung wird benotet. Die Lehrenden werden die Modalitäten der Prüfung zu Beginn der Veranstaltungen festlegen.

Bemerkungen

Bei sehr kleinen Gruppengrößen kann die Veranstaltung in Form eines Lesekurses durchgeführt werden.

Mathematik

Ausgewählte Themen der Zahlentheorie

Titel Englisch

Special topics in number theory

Verantwortlich

Prof. Dr. Ulrich Görtz

Angebotsturnus

jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M2

Zulassungsvoraussetzungen

Algebraische Zahlentheorie I

Voraussetzungen (empfohlen)

Algebraische Zahlentheorie II

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Algebra

Lernziele

Erlernen fortgeschrittener Beweistechniken aus den Bereichen Algebra und Zahlentheorie.

Diese Kenntnisse sollen zu einer Master-Arbeit oder der Verbreiterung des mathematischen Horizontes dienen.

- Verständnis komplexer Beweise
- Anwenden der erlernten Theorie in verschiedenen Zusammenhängen
- Präsentation eigener Ansätze und Beweise
- Vertrautheit mit den typischen Fragestellungen der Theorie

Inhalt

In diesem Modul werden die Studenten an die aktuelle Forschung im Bereich der Zahlentheorie herangeführt. Mögliche Vorlesungen sind:

1. Globale Klassenkörpertheorie
2. Galois-Darstellungen, Deformationen von Galois-Darstellungen
3. Formale Gruppen, p-dividierbare Gruppen
4. Analytische Zahlentheorie II
5. Iwasawatheorie
6. Darstellungstheorie p-adischer Gruppen
7. Adische Räume
8. Einführung in die Arithmetik von Modulformen

Literaturbeispiele

Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung mit Übungen

Arbeitsaufwand

90-270 Stunden

ECTS-Punkte

3-9 je nach Arbeitsaufwand.

Prüfungsform

Die ECTS-Punkte werden auf Grund einer mündlichen oder schriftlichen Prüfung innerhalb von drei der Veranstaltung folgenden Monaten vergeben. Innerhalb von sechs Monaten nach der Prüfung besteht Möglichkeit zur Nachprüfung. Die Prüfungsleistung wird benotet. Die Lehrenden werden die Modalitäten der Prüfung zu Beginn der Veranstaltungen festlegen.

Bemerkungen

Bei sehr kleinen Gruppengrößen kann die Veranstaltung in Form eines Lesekurses durchgeführt werden.

3.2 Schwerpunkt Analysis

Mathematik

Analysis und Numerik von Interpolationsräumen

Titel Englisch

Analysis and numerics of interpolation spaces

Verantwortlich

Prof. Dr. Gerhard Starke

Angebotsturnus

SS, nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Voraussetzungen (empfohlen)

Funktionalanalysis I oder Partielle Differentialgleichungen I

Sprache

In der Regel Deutsch

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Analysis
Zuordnungen zu weiteren Schwerpunkten: Numerik

Lernziele

- Beherrschen der K-Methode zur Interpolation zwischen Banach-Räumen und deren Umsetzung für Spezialfälle (Hölder-, Sobolev-, Besov-Räume etc.)
- Anwendung auf die Approximierbarkeit von Lösungen partieller Differentialgleichungen und Konvergenzeigenschaften von Multilevel-Methoden zu ihrer numerischen Berechnung

Inhalt

- Sobolev-Räume auf dem Einheitskreis
- Interpolation von Banach-Räumen
- Besov-Räume
- Approximierbarkeit von Lösungen elliptischer Randwertprobleme
- Multilevel-Normen für Interpolationsräume
- Dualität

Literaturbeispiele

- K. Atkinson, W. Han: Theoretical Numerical Analysis, 3rd Edition. Springer, 2009
- G. Leoni: A First Courses in Sobolev Spaces, 2nd Edition. AMS, 2017
- A. Lunardi: Interpolation Theory, 3rd Edition. Scuola Normale Superiore Pisa, 2018

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung/4 SWS und Übung/2 SWS

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

mündlich

Mathematik

Analysis von Variationsungleichungen

Titel Englisch

Analysis of variational inequalities

Verantwortlich

Prof. Dr. Georg Weiß

Angebotsturnus

SS oder WS. Nicht jährlich.

Studierbar ab Fachsemester

M1

Zulassungsvoraussetzungen

Grundlagen der Analysis, Analysis III

Voraussetzungen (empfohlen)

Funktionalanalysis I. Im letzten Abschnitt der Veranstaltung sind Kenntnisse partieller Differentialgleichungen hilfreich.

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Analysis

Lernziele

Die Studierenden erlernen zwei Methoden zum Lösen nichtlinearer partieller Differentialgleichungen, nämlich die direkte Methode der Variationsrechnung und die Methode der monotonen Operatoren. Die Studierenden sind in der Lage, diese Methoden auf Beipiele anzuwenden. Im Abschnitt zur Kapazität lernen die Studenten das Konzept der Kapazität (ein Bezug zur Kapazität in der Elektrostatik wird hergestellt) aus der Perspektive der Variationsrechnung kennen. Im letzten Teil der Veranstaltung, der sich auf das Hindernisproblem bezieht, gewinnen die Studenten einen Einblick in die Theorie freier Randwertprobleme.

Inhalt

1. Einführende Beispiele
2. Die direkte Methode der Variationsrechnung
3. Monotone Operatoren, Existenz und Eindeutigkeit von Variationsungleichungs-Lösungen
4. Kompakte Störungen monotoner Operatoren und Anwendungen
5. Eine variationelle Einführung in die Kapazität
6. Das Hindernisproblem

Literaturbeispiele

- Dacorogna, Bernard: Direct methods in the calculus of variations. Second edition. Applied Mathematical Sciences, 78. Springer, New York, 2008
- Deimling, Klaus: Nonlinear functional analysis. Springer-Verlag, Berlin, 1985
- Frehse, Jens: Capacity methods in the theory of partial differential equations. Jahresber. Deutsch. Math.-Verein. 84 (1982), no. 1, 1–44
- Petrosyan, Arshak; Shahgholian, Henrik; Uraltseva, Nina: Regularity of free boundaries in obstacle-type problems. Graduate Studies in Mathematics, 136. American Mathematical Society, Providence, RI, 2012.

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung/4 SWS und Übung/2 SWS

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Vorleistung: Lösen von Übungsaufgaben. Die ECTS-Punkte werden auf Grund einer mündlichen oder schriftlichen Prüfung innerhalb von drei der Veranstaltung folgenden Monaten vergeben. Innerhalb von sechs Monaten nach der Prüfung besteht Möglichkeit zur Nachprüfung. Die Prüfungsleistung wird benotet. Die Lehrenden werden die Modalitäten der Prüfung zu Beginn der Veranstaltungen festlegen.

Mathematik

Evolutionsgleichungen

Titel Englisch

Evolution equations

Verantwortlich

Prof. Dr. Petra Wittbold

Angebotsturnus

WS oder SS, nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Zulassungsvoraussetzungen

Grundlagen der Linearen Algebra, Analysis I-III, Funktionalanalysis I

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Analysis

Lernziele

- Die Studierenden beherrschen die aufgeführten Lehrinhalte und vertiefen diese in den begleitenden Übungen.
- Erlernen und Anwenden fortgeschrittener abstrakter, funktionalanalytischer Konzepte und Methoden zur Untersuchung von Anfangsrandwertproblemen für nichtlineare partielle Differentialgleichungen (u.a. die Poröse-Medien-Gleichung)
- Schulung des Abstraktionsvermögens, Erweiterung der Problemlösungskompetenzen
- Ausbau der Fähigkeit der Interpretation und Anwendung der von der abstrakten Theorie gelieferten Ergebnisse auf relevante Probleme in der Praxis

Inhalt

Evolutionsgleichungen beschreiben ein System in Abhängigkeit von der Zeit in Form einer Operator-Differentialgleichung in einem Banachraum. Zahlreiche Phänomene in den Anwendungswissenschaften (u.a. in der Biologie (Wachstum von Populationen), Physik (Wärmeausbreitung), Chemie (Reaktions-Diffusions-Phänomene) und den Wirtschaftswissenschaften) lassen sich durch entsprechende Evolutionsgleichungen beschreiben. Im Rahmen dieser Vorlesung sollen die notwendigen funktionalanalytischen Methoden und Werkzeuge bereitgestellt und eingeübt werden, um entsprechende abstrakte Evolutionsgleichungen zu lösen und weitergehende Aussagen über Eigenschaften (Regularität, asymptotisches Verhalten) der Lösungen der entsprechenden Gleichungen treffen zu können. Konkrete Inhalte sind:

- lineare und nichtlineare Evolutionsgleichungen
- lineare Halbgruppen, Satz von Hille-Yosida und entsprechende Verallgemeinerungen
- nicht-homogene Cauchy-Probleme, semilineare Probleme
- Regularisierungseffekte, analytische Halbgruppen, maximale Regularität
- nichtlineare (akkretive) Operatoren und Halbgruppen, Satz von Crandall-Liggett
- Regularisierungseffekte im nichtlinearen Fall

Literaturbeispiele

- A. Pazy, Semigroups of linear operators and applications to partial differential equations, Springer
- K.J. Engel u. R. Nagel, One-parameter semigroups for linear evolution equations, Springer
- V. Barbu, Nonlinear differential equations of monotone types in Banach spaces, Noordhoff
- T. Roubicek, Nonlinear partial differential equations with applications, Birkhäuser
- E. Zeidler, Nonlinear functional analysis and its applications: Linear and nonlinear monotone operators, Vol. II A+B, Springer

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung (4 SWS) und Übung (2 SWS)

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Die ECTS-Punkte werden auf Grund einer mündlichen oder schriftlichen Prüfung innerhalb von drei der Veranstaltung folgenden Monaten vergeben. Innerhalb von sechs Monaten nach der Prüfung besteht Möglichkeit zur Nachprüfung. Die Prüfungsleistung wird benotet. Die Lehrenden werden die Modalitäten der Prüfung zu Beginn der Veranstaltungen festlegen.

Mathematik

Nichtlineare Funktionalanalysis

Titel Englisch

Nonlinear functional analysis

Verantwortlich

Prof. Dr. Petra Wittbold

Angebotsturnus

WS oder SS, nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Zulassungsvoraussetzungen

Analysis I–III und Funktionalanalysis I

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Analysis

Lernziele

- Erlernen und Beherrschung von funktionalanalytischen Methoden zur Lösung von (nichtlinearen partiellen Differential-) Gleichungen, die aus der Modellierung von Problemen aus den Anwendungen (Natur-/Ingenieur-/Wirtschaftswissenschaften) entstehen.
- Selbständige Vertiefung der aufgeführten Lehrinhalte in den begleitenden Übungen.
- Das Modul kann als Grundlage dienen für anschließende Seminare über nichtlineare Analysis, partielle Differentialgleichungen, Variationsrechnung sowie eine anschließende Masterarbeit in den genannten Bereichen.
- Einblick in das Zusammenwirken verschiedener mathematischer Theorien in Verbindung mit Modulen aus diesen aufgeführten Bereichen.

Inhalt

Unendlich-dimensionale Analysis mit nichtlinearen (Differential- oder Integral-) Operatoren, insbesondere:

- Fixpunktsätze (u.a. von Schauder) mit Anwendungen auf Differential- und Integralgleichungen
- Theorie der monotonen Operatoren (insbes. Satz von Minty-Browder)
- pseudomonotone Operatoren, verstärkt stetige Störungen monotoner Operatoren
- akkretive Operatoren in Banachräumen
- nichtlineare Evolutionsgleichungen, nichtlineare Operator-Differentialgleichungen
- Bochner-Integral, Bochner-Lebesgue-Räume
- Satz von Lions-Aubin

Literaturbeispiele

- M. Ruzicka, Nichtlineare Funktionalanalysis, Springer, 2004
- E. Zeidler: Nonlinear functional analysis and its applications. Springer 1992
- V. Barbu, Nonlinear Differential Equations of Monotone Type in Banach Spaces, Springer, 2010

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung (4 SWS) und Übung (2 SWS)

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Benotete mündliche oder schriftliche Prüfung am Semesterende. Die Lehrenden werden die Modalitäten der Prüfung zu Beginn der Veranstaltungen festlegen.

Mathematik

Ausgewählte Themen der Analysis

Titel Englisch

Special topics in analysis

Verantwortlich

Prof. Dr. Frank Müller

Angebotsturnus

jedes Semester

Studierbar ab Fachsemester

M1

Zulassungsvoraussetzungen

Grundlagen der Analysis (Analysis I und II), Grundlagen der Linearen Algebra (Lineare Algebra I und II), Analysis III

Voraussetzungen (empfohlen)

Abhängig von der speziellen Vorlesung, wird vom Dozenten am Semesteranfang bekannt gegeben.

Sprache

In der Regel Deutsch

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Analysis

Lernziele

Souveräner Umgang mit Begriffen, Methoden und Resultaten aus dem Bereich Analysis. Diese Kenntnisse sollen zu einer Master-Arbeit führen und/oder der Verbreiterung des mathematischen Horizontes dienen.

- Verständnis komplexer Beweise
- Anwenden der erlernten Methoden in neuen Zusammenhängen
- Präsentation eigener Ansätze und Beweise
- Vertrautheit mit einigen typischen Fragestellungen der Theorie

Inhalt

Die Studierenden erwerben vertieftes Wissen in verschiedenen Bereichen der Analysis und werden bis an die aktuelle Forschung herangeführt. Mögliche Vorlesungen sind z.B.:

- Partielle Differentialgleichungen II
- Variationsrechnung II
- Riemannsche Geometrie II
- Geometrische Maßtheorie

Literaturbeispiele

Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung und Übung

Arbeitsaufwand

90-270 Stunden, davon 30-90 Stunden Präsenz

ECTS-Punkte

3-9, je nach Arbeitsaufwand.

Prüfungsform

- In der Regel: Mündliche Prüfung am Semesterende
- Wird vom Vorlesenden am Semesteranfang bekannt gegeben

Bemerkungen

Bei sehr kleinen Gruppengrößen kann die Veranstaltung in Form eines Lesekurses durchgeführt werden.

3.3 Schwerpunkt Numerik

Mathematik

Mehrgitter- und Gebietszerlegungsmethoden

Titel Englisch

Multigrid and domain decomposition methods

Verantwortlich

Prof. Dr. Johannes Kraus

Angebotsturnus

SS, nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M2

Voraussetzungen (empfohlen)

Numerik partieller Differentialgleichungen

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Numerik

Lernziele

- Verständnis der Grundprinzipien und Funktionsweise von Mehrgitter- und Gebietszerlegungsmethoden
- Algorithmische Umsetzung und in den Übungen teils Implementierung von (Komponenten von) Unterraumkorrekturverfahren
- Umfassendes Verständnis der theoretischen Grundlagen und der Konvergenzanalyse der betrachteten Verfahren

Inhalt

Mehrgitter- und Gebietszerlegungsmethoden gehören zu den effizientesten numerischen Verfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme, insbesondere von Gleichungssystemen mit dünn besetzten Matrizen wie sie bei der Diskretisierung partieller Differentialgleichungen häufig auftreten. Basierend auf der Glättungseigenschaft klassischer Iterationsverfahren und unter der Annahme hinreichender Regularität des zu lösenden Problems wird zunächst die klassische Konvergenztheorie von Zwei- und Mehrgitterverfahren besprochen. Danach werden die wichtigsten Konvergenzresultate für V- und W-Zyklus ohne Regularitätsannahmen im Rahmen der Theorie der Unterraumkorrekturverfahren hergeleitet. Letztere Betrachtungsweise ermöglicht auch die Analyse der klassischen Schwarz-Verfahren, was den letzten Teil der Vorlesung bildet.

Literaturbeispiele

- D. Braess: Finite elements. Theory, fast solvers, and applications in elasticity theory. Third edition. Cambridge University Press, Cambridge, 2007. xviii+365 pp. ISBN: 978-0-521-70518-9; 0-521-70518-5
- A. Toselli, O. Widlund: Domain decomposition methods—algorithms and theory. Springer Series in Computational Mathematics, 34. Springer-Verlag, Berlin, 2005. xvi+450 pp. ISBN: 3-540-20696-5

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung (4 SWS) und Übung (2 SWS)

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Die ECTS-Punkte werden auf Grund einer mündlichen oder schriftlichen Prüfung innerhalb von drei der Veranstaltung folgenden Monaten vergeben. Innerhalb von sechs Monaten nach der Prüfung besteht Möglichkeit zur Nachprüfung. Die Prüfungsleistung wird benotet. Die Lehrenden werden die Modalitäten der Prüfung zu Beginn der Veranstaltungen festlegen.

Mathematik

Theory und Numerik von Variationsungleichungen

Titel Englisch

Theory and numerics of variational inequalities

Verantwortlich

Prof. Dr. Gerhard Starke

Angebotsturnus

WS oder SS, nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Numerik
Zuordnungen zu weiteren Schwerpunkten: Analysis, Optimierung

Lernziele

- Aktives Erlernen der Begriffsbildungen der Numerischen Mathematik am Beispiel ausgewählter partieller Differentialgleichungen
- Umfassendes Verständnis der theoretischen Grundlagen und numerischen Methoden und deren Einsatzbereich
- Eigenständige Präsentation der Lösungen und deren Vertretung in einer Diskussion
- Behandlung mathematischer Probleme mit numerischen Methoden und deren algorithmische Umsetzung

Inhalt

Diese Vorlesung behandelt die mathematische und numerische Analyse für Variationsungleichungen mit Anwendungen in der Mechanik und Ingenieurwissenschaften. Schwerpunkte der Veranstaltung sind

- Existenz und Eindeutigkeit
- Konvexe Analysis
- Moreau-Yosida Regularisierung
- Semiglatte Newtonverfahren
- Galerkin-Approximation
- Finite-Elemente-Methode
- Anwendungen auf Hindernisprobleme, Signorini-Probleme, Kontaktprobleme, Hochtemperatur-Supraleitung

Die Übungen zur Vorlesung finden in Kleingruppen statt. Der Stoff der Vorlesungen wird in wöchentlichen schriftlichen Aufgaben vertieft. Diese können auch eine praktische Komponente enthalten, bei der numerische Verfahren am Rechner entwickelt und getestet werden.

Literaturbeispiele

K. Atkinson, W. Han: Theoretical Numerical Analysis (3rd edition), Springer, 2009
R. Glowinski: Numerical methods for nonlinear variational problems, Springer, 2008
I. Ekeland, R. Temam: Convex analysis and variational problems, SIAM, 1990
K. Ito & K. Kunisch: Lagrange multiplier approach to variational problems and applications, SIAM, 2008
M. Sofonea & A. Matei: Variational inequalities with applications, Springer, 2009
Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung/4 SWS und Übung/2 SWS

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Die ECTS-Punkte werden auf Grund einer mündlichen oder schriftlichen Prüfung innerhalb von drei der Veranstaltung folgenden Monaten vergeben. Innerhalb von sechs Monaten nach der Prüfung besteht Möglichkeit zur Nachprüfung. Die Prüfungsleistung wird benotet. Die Lehrenden werden die Modalitäten der Prüfung zu Beginn der Veranstaltungen festlegen.

Mathematik

Theorie und Numerik geometrischer partieller Differentialgleichungen

Titel Englisch

Geometric partial differential equations: theory and numerics

Verantwortlich

Prof. Dr. Paola Pozzi

Angebotsturnus

WS oder SS, nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Voraussetzungen (empfohlen)

Analysis III, Numerik partieller Differentialgleichungen

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Numerik
Zuordnungen zu weiteren Schwerpunkten: Analysis

Lernziele

Erlernen fortgeschrittener Beweistechniken der numerischen Mathematik. Diese Kenntnisse sollen zu einer Master-Arbeit oder der Verbreiterung des mathematischen Horizontes dienen.

Die aufgeführten Lehrinhalte sollen beherrscht und in den begleitenden Übungen selbständig vertieft werden. Die Übungen können auch eine praktische Komponente enthalten, bei der numerische Verfahren am Rechner entwickelt und getestet werden.

Inhalt

Geometrische Differentialgleichungen sind partielle Differentialgleichungen, die geometrische Terme enthalten. Ein wichtiges Beispiel ist die Minimalflächengleichung

$$\nabla \cdot \left(\frac{\nabla u}{\sqrt{1+|\nabla u|^2}} \right) = 0,$$

welche die Tatsache beschreibt, dass die Fläche $\{(x, u(x)) \,|\, x \in G\}$ mittlere Krümmung Null hat.

Die geometrischen Differentialgleichungen treten in der Differentialgeometrie und in vielen Anwendungen auf, zum Beispiel bei Problemen mit Phasenübergängen, wie dem Wachstum eines Kristalls, bei der Modellierung von Zellmembranen und auch in der Bildverarbeitung.

In dieser Vorlesung werden Grundkenntnisse vermittelt und Beispiele gezeigt, die den Einsteig in das Gebiet ermöglichen sollen. Der Schwerpunkt liegt bei der numerischen Lösung von partiellen Differentialgleichungen auf Flächen, die sich gegebenenfalls in der Zeit bewegen.

Das Thema ist auf eine sehr schöne Art fachübergreifend. Die notwendigen Kenntnisse aus den verschiedenen mathematischen Gebieten werden vermittelt bzw. wiederholt.

Literaturbeispiele

Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung/4 SWS und Übung/2 SWS

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Benotete mündliche oder schriftliche Prüfung. Die Modalitäten der Prüfung werden zu Beginn der Veranstaltungen von der/dem Lehrenden festgelegt und bekanntgegeben.

Mathematik

Ausgewählte Themen der Numerischen Mathematik

Titel Englisch

Special topics in numerical mathematics

Verantwortlich

Prof. Dr. Paola Pozzi

Angebotsturnus

WS oder SS, nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Voraussetzungen (empfohlen)

Werden vom Vorlesenden am Semesteranfang bekanntgegeben.
Numerik partieller Differentialgleichungen

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Numerik
Zuordnungen zu weiteren Schwerpunkten: Analysis

Lernziele

Erlernen fortgeschrittener Beweistechniken aus den Bereichen Numerische Lineare Algebra und Numerische Analysis.

Diese Kenntnisse sollen der Verbreiterung des mathematischen Horizontes dienen und können zu einer Master-Arbeit führen.

- Verständnis komplexer Beweise
- Anwenden der erlernten Theorie in verschiedenen Zusammenhängen
- Präsentation eigener Ansätze, Beweise und Algorithmen
- Vertrautheit mit den typischen Fragestellungen der Theorie

Inhalt

In diesem Modul werden die Studenten an aktuelle Forschungsthemen im Bereich
der Numerischen Mathematik herangeführt. Mögliche Vorlesungen und deren Inhalte sind:

1. Elastischer Fluss für Kurven
   - Wiederholung bzw. Bereitstellung von wichtigen Begriffen aus der elementaren Differentialgeometrie, Variationsrechnung und Analysis
   - Formulierung und Analysis des Problems
   - Diskretisierung mit der Finite-Elemente-Methode und Fehlerabschätzungen
2. Elektromagnetische Wellenphänomene
   - Einführung in die Maxwell-Gleichungen
   - Wichtige mathematische Resultate im Zusammenhang mit den H(div)- und H(curl)-Funktionenräumen
   - Finite-Elemente-Methode und Fehlerabschätzungen
3. Numerische Multiskalenmethoden

Literaturbeispiele

Peter Monk: Finite Element Methods for Maxwell's Equations, Oxford 2003
Yalchin Efendiev, Thomas Y. Hou: Multiscale Finite Element Methods, Springer-Verlag, 2009
Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung und Übung

Arbeitsaufwand

90-270 Stunden davon 30-90 Präsenz. Danach richtet sich die ECTS Vergabe (also 3-9 ECTS)

ECTS-Punkte

3-9, je nach Arbeitsaufwand.

Prüfungsform

In der Regel: Mündliche Prüfung am Semesterende – Wird vom Vorlesenden am Semesteranfang bekanntgegeben

Bemerkungen

Bei sehr kleinen Gruppengrößen kann die Veranstaltung in Form eines Lesekurses durchgeführt werden.

3.4 Schwerpunkt Optimierung

Mathematik

Formoptimierung

Titel Englisch

Shape optimization

Verantwortlich

Prof. Dr. Gerhard Starke

Angebotsturnus

SS oder WS, nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Voraussetzungen (empfohlen)

Nichtlineare Optimierung

Sprache

In der Regel Deutsch

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Optimierung
Zuordnungen zu weiteren Schwerpunkten: Analysis, Numerik

Lernziele

- Beherrschen grundlegender Techniken zur Definition von Metriken auf Räumen von Formen durch entsprechende Banach-Räume von Deformationen
- Beherrschen von Techniken zur Herleitung von Formableitungen mit der Methode von Hadamard
- Anwendung auf konkrete Formoptimierungsprobleme mit elliptischen Randwertproblemen (z.B. Poisson-Gleichung, lineare Elastizität) als Nebenbedingung
- Verständnis moderner Methoden zur Approximation der Formableitung in gradientenartigen Verfahren

Inhalt

- Beispiele zur Formoptimierung
- Courant-Metriken für Formen
- Formableitungen mit der Methode von Hadamard
- Formoptimierung eines elastisch verformbaren Körpers
- Approximation des Formgradienten

Literaturbeispiele

- M.C. Delfour, J.-P. Zolésio: Shapes and Geometries. SIAM, 2011
- G. Allaire: Conception optimale de structures. Springer, 2007

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung/4 SWS und Übung/2 SWS

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

mündlich

Mathematik

Industrielle Anwendungen der Mathematischen Optimierung

Titel Englisch

Industrial applications of mathematical optimization

Verantwortlich

Prof. Dr. Rüdiger Schultz

Angebotsturnus

SS, nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Voraussetzungen (empfohlen)

Mathematische Methoden in Energiesystemen, Stochastische Optimierung

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Optimierung

Zuordnungen zu weiteren Schwerpunkten: Stochastik

Lernziele

Die Teilnehmer erhalten Einblicke in mathematische Methoden bei Erzeugung, Transport und Handel leitungsgebundener Energieträger wie zum Beispiel Elektrizität und Erdgas. In den Wissensgebieten Angewandte Analysis, Numerik, Optimierung und Stochastik findet Erlerntes direkte Anwendung. Die Teilnehmer sind befähigt, neueste mathematische Methoden bei der Modellierung einzubringen und angepasste Lösungsverfahren zu entwickeln und softwareseitig umzusetzen.

Inhalt

Nach der Bereitstellung grundlegender mathematischer Sachverhalte aus der Theorie und Numerik physikalischer Erhaltungsgleichungen, der Linearen Netzwerkoptimierung, und der Nichtlinearen sowie Stochastischen Optimierung werden spezielle Problemstellungen analysiert, modelliert und algorithmisch behandelt einschließlich Interpretation der berechneten Lösung. Zu solchen Problemstellungen gehören Kapazitätsmanagement in Gasnetzen (einschließlich Nominierungsvalidierung, Buchungsoptimierung), Lastfluss in Gleich- und Wechselstromnetzen, optimale Blockauswahl (unit commitment) Kraftwerkssystemen, Day-Ahead Trading auf Poolmärkten.

Literaturbeispiele

- Gabriel, Conejo,., Fuller, Hobbs, Ruiz: Complementarity Modeling in Energy Markets, Springer, 2012.
- Koch, Hiller, Pfetsch, Schewe: Evaluating Gas Network Capacities, SIAM, 2015.
- Schultz, Wagner: Innovative Modellierung und Optimierung von Energiesystemen, LIT-Verlag, Münster 2009.

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

4 SWS Vorlesung, 2 SWS Übung

Arbeitsaufwand

270 Stunden

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Die ECTS-Punkte werden auf Grund einer mündlichen Prüfung innerhalb von drei der Veranstaltung folgenden Monaten vergeben. Innerhalb von sechs Monaten nach der Prüfung besteht Möglichkeit zur Nachprüfung. Die Prüfungsleistung wird benotet. Die Lehrenden werden die Modalitäten der Prüfung zu Beginn der Veranstaltungen festlegen.

Mathematik

Nichtglatte Analysis und Optimierung

Titel Englisch

Nonsmooth analysis and optimization

Verantwortlich

Prof. Dr. Christian Clason

Angebotsturnus

SS, nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Voraussetzungen (empfohlen)

Funktionalanalysis I, Nichtlineare Optimierung

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Optimierung
Zuordnungen zu weiteren Schwerpunkten: Analysis, Numerik

Lernziele

- Beherrschen grundlegender Techniken der Variationsrechnung zum Nachweis der Existenz von Lösungen unendlichdimensionaler Optimierungsprobleme
- Beherrschen von Techniken der nichtglatten Analysis zur Herleitung notwendiger Optimalitätsbedingungen für nichtdifferenzierbare Optimierungsprobleme
- Verständnis moderner Verfahren für ihre numerische Lösung sowie deren praktischer Umsetzung
- Anwendung auf Fragestellungen aus den inversen Problemen, der Bildverarbeitung, und der optimalen Steuerung

In den Übungen bzw. dem Praktikum soll das Verständnis dieser Verfahren vertieft und ihre numerische Implementierung erlernt werden.

Inhalt

- Konvexe Analysis und Fenchel-Dualität
- Monotone Operatoren und Resolventen
- Proximalpunkt- und Splitting-Verfahren
- Die Clarkesche verallgemeinerte Ableitung
- Semiglatte Newton-Verfahren

Literaturbeispiele

Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung/4 SWS und Übung/2 SWS bzw. Praktikum

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

mündlich

Mathematik

Numerik und Optimierung großer nichtlinearer Systeme

Titel Englisch

Numerical solution and optimization of large nonlinear systems

Verantwortlich

Prof. Dr. Arnd Rösch

Angebotsturnus

nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Optimierung

Zuordnungen zu weiteren Schwerpunkten: Numerik

Lernziele

Die Studenten erwerben Kenntnisse über moderne Verfahren für hochdimensionierte nichtlineare Gleichungssysteme und Optimierungsaufgaben. Besondere Aufmerksamkeit wird auf die Globalisierung der lokal schnell konvergenten Methoden gelegt. Darüber hinaus werden Grundlagenkenntnisse in der Analysis nichtlinearer Aufgaben vermittelt.

Inhalt

In der Vorlesung werden große nichtlineare Systeme untersucht, welche bei der Diskretisierung von Differential- oder Integralgleichungen entstehen:

- Grundlagen zu nichtlinearen Systemen
- Fixpunktiterationen
- Newton-Verfahren und newtonartige Verfahren
- Quasi-Newton-Verfahren
- Globalisierungstechniken
- Trust-Region-Verfahren
- halbglatte (semismooth) Newton-Verfahren
- SQP-Verfahren

Literaturbeispiele

J.E. Dennis, Jr. and Robert B. Schnabel: Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations, Prentice Hall 1983.

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung 4SWS/Übung 2SWS

Arbeitsaufwand

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

mündlich

Mathematik

Numerische Analysis für Optimalsteuerungsprobleme

Titel Englisch

Numerical analysis of optimal control problems

Verantwortlich

Prof. Dr. Arnd Rösch

Angebotsturnus

nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Optimierung
Zuordnungen zu weiteren Schwerpunkten: Analysis, Numerik

Lernziele

Die Vorlesung vermittelt umfangreiche Kenntnisse über Optimalitätsbedingungen für diskretisierte und undiskretisierte Optimalsteueraufgaben. Es werden verschiedene Ansätze und Methoden für die Diskretisierung solcher Aufgaben diskutiert. Dabei wird intensiv erörtert, wie man ausgehend von den Optimalitätsbedigungen Fehlerabschätzungen für Finite-Elemente-Methoden (FEM) herleitet.

Inhalt

Grundlagen der Optimalen Steuerung
Galerkin-Verfahren
Grundlagen der Finiten-Elemente-Methode
Interpolationsfehler
Elementare Diskretisierungsstrategien
Superkonvergenzmethoden
Diskretisierungen mit lokal verfeinerten Netzen
Adaptive Finite-Elemente-Methoden (AFEM)

Literaturbeispiele

Fredi Tröltzsch: Optimale Steuerung partieller Differentialgleichungen, Vieweg, Wiesbaden 2005.
Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung 4SWS/Übung 2SWS

Arbeitsaufwand

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

mündlich

Mathematik

Optimale Steuerung von partiellen Differentialgleichungen

Titel Englisch

Optimal control of partial differential equations

Verantwortlich

Prof. Dr. Arnd Rösch

Angebotsturnus

jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Optimierung

Zuordnungen zu weiteren Schwerpunkten: Analysis, Numerik

Lernziele

Die Vorlesung vermittelt Grundkenntnisse in der Optimalen Steuerung von Partiellen Differentialgleichungen. Großer Wert wird auf die Methoden zur Herleitung von Optimalitätsbedingungen und Existenzresultaten gelegt. Ein Überblick über verschiedene numerische Ansätze zur Lösung von Optimalsteueraufgaben wird gegeben.

Inhalt

- Theorie der Optimalsteuerung für lineare elliptische und parabolische Differentialgleichungen
- Erweiterung auf semilineare Gleichungen – Satz von Browder und Minty
- Existenz optimaler Steuerungen – direkte Methode der Variationsrechnung
- notwendige Optimalitätsbedingungen erster Ordnung
- adjungierte Gleichungen
- Lagrange-Technik
- hinreichende Optimalitätsbedingungen zweiter Ordnung
- numerische Verfahren
- Anwendungen

Literaturbeispiele

Fredi Tröltzsch: Optimale Steuerung partieller Differentialgleichungen, Vieweg, Wiesbaden 2005.

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung 4SWS/Übung 2SWS

Arbeitsaufwand

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

mündlich

Mathematik

Ausgewählte Themen der inversen Probleme

Titel Englisch

Special topics in inverse problems

Verantwortlich

Prof. Dr. Christian Clason

Angebotsturnus

WS oder SS, nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Voraussetzungen (empfohlen)

Inverse Probleme

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Optimierung
Zuordnungen zu weiteren Schwerpunkten: Analysis, Numerik

Lernziele

Souveräner Umgang mit Begriffen, Methoden und Resultaten aus dem Bereich der inversen Probleme. Diese Kenntnisse sollen zu einer Master-Arbeit führen und/oder der Verbreiterung des mathematischen Horizontes dienen.

- Verständnis komplexer Beweise
- Anwenden der erlernten Methoden in neuen Zusammenhängen
- Präsentation eigener Ansätze und Beweise
- Vertrautheit mit einigen typischen Fragestellungen der Theorie und von Anwendungen

Inhalt

Die Studierenden erwerben vertieftes Wissen in verschiedenen Bereichen der inversen Probleme und werden bis an die aktuelle Forschung herangeführt. Mögliche Vorlesungen sind z.B.:

1. Regularisierungstheorie
2. Statistische Inverse Probleme
3. Inverse Probleme für partielle Differentialgleichungen
4. Inverse Probleme in Banachräumen

Literaturbeispiele

Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung und Übung

Arbeitsaufwand

90-270 Stunden (davon 30-90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

3-9, je nach Arbeitsaufwand.

Prüfungsform

Mündliche Prüfung

Mathematik

Ausgewählte Themen der Optimierung

Titel Englisch

Special topics in optimization

Verantwortlich

Prof. Dr. Arnd Rösch

Angebotsturnus

WS oder SS, nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M1

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Optimierung

Lernziele

Souveräner Umgang mit Begriffen, Methoden und Resultaten aus dem Bereich Optimierung. Diese Kenntnisse sollen zu einer Master-Arbeit führen und/oder der Verbreiterung des mathematischen Horizontes dienen.

- Verständnis komplexer Beweise
- Anwenden der erlernten Methoden in neuen Zusammenhängen
- Präsentation eigener Ansätze und Beweise
- Vertrautheit mit einigen typischen Fragestellungen der Theorie und von Anwendungen

Inhalt

Die Studierenden erwerben vertieftes Wissen in verschiedenen Bereichen der Optimierung und werden bis an die aktuelle Forschung herangeführt. Mögliche Vorlesungen sind z.B.:

1. Optimierung mit Komplementaritätsbedingungen
2. Optimale Steuerung von hyperbolischen Gleichungen
3. Formoptimierung
4. Stochastische Optimierung II
5. Robuste Optimierung
6. Moderne Verfahren der nichtglatten Optimierung
7. Mengenwertige Analysis

Literaturbeispiele

Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung und Übung

Arbeitsaufwand

90-270 Stunden (davon 30-90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

3-9, je nach Arbeitsaufwand.

Prüfungsform

Mündliche Prüfung

Bemerkungen

Bei sehr kleinen Gruppengrößen kann die Veranstaltung in Form eines Lesekurses durchgeführt werden.

3.5 Schwerpunkt Stochastik

Mathematik

Aspekte des Risikomanagements

Titel Englisch

Aspects in risk management

Verantwortlich

PD Dr. Volker Krätschmer

Angebotsturnus

Wintersemester, alle 1-2 Jahre

Studierbar ab Fachsemester

M 2

Zulassungsvoraussetzungen

Analysis I – III, Wahrscheinlichkeitstheorie I

Voraussetzungen (empfohlen)

Funktionalanalysis

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Stochastik

Lernziele

Gemäß der Abkommen von Basel II/III und Solvency II zur Regulierung des Banken- und Versicherungswesen sind Kapitalreservebildungen, sogenannte Risikobewertungen, gesetzlich vorgeschriebene grundlegende Aufgaben für das Risikomanagement von Banken und Versicherungen. Ein wesentliches Lernziel besteht darin, grundlegende Aspekte der Risikobewertung in eine geeignete stochastische Modellierung zu übersetzen. Weiterhin sollen sowohl wichtige stochastische Konzepte zur Modellierung kennen gelernt als auch Methoden zur Bearbeitung entwickelt werden. Neben der Beherrschung und den Verknüpfungen der behandelten Methoden soll auch die Fähigkeit zur Einordnung ihrer Reichweite gefördert werden. Das Modul dient der Vorbereitung auf die Masterarbeit.

Die vorlesungsbegleitenden Übungen bilden einen unverzichtbaren Bestandteil des Moduls. Durch selbständige Bearbeitung von Hausaufgaben sollen die Lehrinhalte eingeübt und vertieft werden. Die Präsentation und Diskussion der Ergebnisse soll in den Übungsstunden erlernt werden.

Inhalt

1. Vergleich von Risiken
2. Risikomaße
3. Bewertung aggregierter Risiken
4. Kapital- und Risikoallokationen

Literaturbeispiele

- Föllmer, H./Schied, A.: Stochastic Finance, de Gruyter Verlag, Berlin/New York, 2011 (3. Aufl.)
- McNeil, A./Frey, R./Embrechts, P.; Quantitative Risk Management, Princeton University Press, Princeton, 2005.
- Rüschendorf, L.: Mathematical Risk Analysis, Springer Verlag, Berlin/Heidelberg, 2013.

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung/ 4 SWS und Übung/ 2 SWS

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Schriftliche oder mündliche Prüfung im Anschluss an die Veranstaltung.

Mathematik

Maschinelles Lernen

Titel Englisch

Machine learning

Verantwortlich

Prof. Dr. Denis Belomestny

Angebotsturnus

Sommersemester, unregelmäßig

Studierbar ab Fachsemester

M2

Zulassungsvoraussetzungen

Mathematische Statistik

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Stochastik

Lernziele

Den Studierenden sollen einige repräsentativen Modelle, Methoden und Algorithmen aus dem Themenbereich des maschinellen Lernens vermittelt werden. Dabei lernen sie zusätzlich Anwendungen in Modellierung, Vorhersage und Steuerung von multimodalen Informationssystemen kennen.

Die vorlesungsbegleitenden Übungen bilden einen unverzichtbaren Bestandteil des Moduls. Durch selbständige Bearbeitung von Hausaufgaben sollen die Lehrinhalte eingeübt und vertieft werden. Die Präsentation und Diskussion der Ergebnisse soll in den Übungsstunden erlernt werden.

Inhalt

1. Lineare Modelle und k-nearest neighbor und das Problem von bias und variance
2. Stützvektormethode (SVM) und strukturelle Risikominimierung mit verschiedenen Algorithmen zur Lösung des Optimierungsproblems
3. Klassifikation von Texten
4. Entscheidungsbäume
5. Merkmalsselektion
6. Graphische Modelle
7. K-Means Clustering
8. Tag Clustering

Literaturbeispiele

- Trevor Hastie, Robert Tibshirani, and Jerome Friedman. The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction. Springer series in statistics. Springer, New York, USA, 2001
- Machine Learning, Tom Mitchell, McGraw Hill, 1997.

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung/ 4 SWS und Übung/ 2 SWS

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Die ECTS-Punkte werden auf Grund einer mündlichen oder schriftlichen Prüfung innerhalb von drei der Veranstaltung folgenden Monaten vergeben. Innerhalb von sechs Monaten nach der Prüfung besteht Möglichkeit zur Nachprüfung. Die Prüfungsleistung wird benotet. Die Lehrenden werden die Modalitäten der Prüfung zu Beginn der Veranstaltungen festlegen.

Mathematik

Numerik stochastischer Prozesse

Titel Englisch

Numerical stochastic processes

Verantwortlich

Prof. Dr. Denis Belomestny

Angebotsturnus

WS oder SS, nicht regelmäßig

Studierbar ab Fachsemester

M1

Zulassungsvoraussetzungen

Grundlagen der Analysis, Grundlagen der Linearen Algebra

Voraussetzungen (empfohlen)

Kompetenzen, die in den Grundmodulen sowie in den Aufbaumodulen zur Wahrscheinlichkeitstheorie vermittelt werden.

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Stochastik

Lernziele

Die Studierenden sollen
Grundlagen der Simulation von Zufallszahlen und stochastischen
Prozessen erwerben,
effiziente Verfahren zur Berechnung von finanzmathematisch
relevanten Größen kennenlernen,
an ein aktuelles wissenschaftliches Gebiet herangeführt werden,
mathematische Arbeitsweisen einüben (Entwickeln von
mathematischer Intuition und deren formaler Begründung, Schulung
des Abstraktionsvermögens, Beweisführung) sowie
in den Übungen ihre mündliche Kommunikationsfähigkeit durch
Einüben der freien Rede vor einem Publikum und bei der Diskussion
verbessern.

Inhalt

- Numerik stochastischer Differentialgleichungen
- Zufallszahlengeneratoren
- Monte-Carlo Verfahren, insbesondere multilevel Monte-Carlo Verfahren
- Varianzreduktion
- Starke/schwache Approximation von Lösungen

  Optional:
- Numerische Verfahren höherer Ordnung
- Romberg Extrapolation

Literaturbeispiele

- Kloeden, P., Platen, E., „Numerical Solution of Stochastic Differential

  Equations“. Springer 1995.
- Glasserman, P., „Monte Carlo Methods in Financial Engineering“.

  Springer 2003.

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung (2 SWS) und Übung (2 SWS) oder Vorlesung (3 SWS) und Übung (1 SWS)

Arbeitsaufwand

60 Std. Präsenzzeit und 120 Std. Zeit für das Selbststudium

ECTS-Punkte

6.

Prüfungsform

Die Modulprüfung besteht aus einer Klausur oder einer mündlichen Prüfung. Für die Modulprüfung ist das Lösen und die Präsentation von Übungsaufgaben Zulassungsvoraussetzung.

Mathematik

Theorie der großen Abweichungen

Titel Englisch

Theory of large deviations

Verantwortlich

Prof. Dr. Anita Winter

Angebotsturnus

Sommer, nicht jährlich

Studierbar ab Fachsemester

M2

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Stochastik

Lernziele

Die aufgeführten Lehrinhalte sollen beherrscht und in den begleitenden Übungen selbständig vertieft werden.

Die Vorlesung wird von einem Blockseminar/Lesekurs begleitet, in denen die Studierenden die komplexe Theorie

anhand einer mathematischen Originalarbeit durchdringen können. Durch diesem Kurs werden Studierende befähigt, eine Master- bzw. Promotionsarbeit in der Wahrscheinlichkeitstheorie zu schreiben.

Inhalt

Die Theorie der großen Abweichungen beschäftigt sich mit der Asymptotik der Wahrscheinlichkeiten seltener Ereignisse. Die exponentielle Abfallrate dieser Wahrscheinlichkeiten wird in Termen einer Variationsformel ausgedrückt, deren Wert und deren Minimierer interessante Rückschlüsse auf die Ereignisse zulassen. Die Theorie der großen Abweichungen gibt damit die mathematische Grundlage sehr weit reichender Anwendungen in Wahrscheinlichkeitstheorie, Finanzmathematik, Risikotheorie, Statistik, Operations Research, Ergodentheorie, Informationstheorie, Statistischer Physik, Theoretischer Chemie, und so weiter. In dieser Vorlesung soll die zum Teil abstrakte Theorie vorgestellt und exemplarisch an Modellen erläutert werden, in denen die Theorie großer Abweichungen einen entscheidenden Beitrag leistet.

1. Satz von Cramer
2. Satz von Sanov
3. Kontraktionsprinzip
4. Lemma von Varadhan
5. Gärtner-Ellis Theorem Ausgewählte Anwendungen: Ruinwahrscheinlichkeiten, Warteschlangen, Zufällig gestörte dynamische Systeme, Aufenthaltmaße zeitstetiger Irrfahrten, Spektrum zufälliger Matrizen, Curie-Weiß-Modell, . . .

Literaturbeispiele

- Amir Dembo and Ofer Zeitouni; Large Deviations: Techniques and Applications, 1998
- Jean Dominique Deuschel and Daniel Strook; Large Deviations, 1984
- Jin Feng and Thomas G. Kurtz, Large Deviations for Stochastic Processes, AMS 2006

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung mit integriertem Seminar/Lesekurs

Arbeitsaufwand

180-270 Stunden

ECTS-Punkte

6-9 ECTS (je nach Aufwand).

Prüfungsform

Schriftlich oder mündlich am Ende des Kurses oder aufgrund einer Präsenation im Blockseminar.

Mathematik

Zeitreihenanalyse

Titel Englisch

Time series analysis

Verantwortlich

Prof. Dr. Denis Belomestny

Angebotsturnus

Einmal pro Jahr

Studierbar ab Fachsemester

M2

Zulassungsvoraussetzungen

Wahrscheinlichkeitstheorie I oder Mathematische Statistik

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Stochastik

Zuordnungen zu weiteren Schwerpunkten: Stochastik

Lernziele

Im Rahmen der Zeitreihenanalyse geht es vor allem darum, eine Zeitreihe an ein statistisches Modell anzupassen, um mit dessen Hilfe mögliche zukünftige Werte prognostizieren zu können. Von weiterem Interesse sind auch die Eigenschaften der Daten einer Zeitreihe selbst. Prognose und Datenanalyse sind daher die Ziele der hier vorgestellten Methoden. Die Studierenden sollen durch die Veranstaltung zum einen lernen, selbständig zeitreihenanalytische statistische Modelle aufzustellen. Zum anderen sollen Sie auch befähigt werden, die gewählten Modelle unter Zuhilfenahme geeigneter Software (hier R) zu schätzen, und darauf aufbauend Prognosen zu erstellen. Vorbereitend dafür sollen die Studierenden die Fertigkeit erwerben, Eigenschaften von Zeitreihen aufzudecken, um dann das geeignete Analyseinstrument heranzuziehen.

Die vorlesungsbegleitenden Übungen bilden einen unverzichtbaren Bestandteil des Moduls. Durch selbständige Bearbeitung von Hausaufgaben sollen die Lehrinhalte eingeübt und vertieft werden. Die Präsentation und Diskussion der Ergebnisse soll in den Übungsstunden erlernt werden.

Inhalt

1. Grundlagen
   - Sichtweisen auf Zeitreihen
   - Lineare Differenzengleichungen
   - Der Lagoperator
   - Lineare Filter
2. Univariate Prozesse
   - Stochastische Prozesse
   - Lineare stochastische Prozesse
   - Schätzung von ARMA-Prozessen
   - Prognose mit ARMA-Prozessen
   - Spektralanalyse
   - Nicht-Stationäre Prozesse
3. Multivariate Prozesse
   - Vektorwertige autoregressive Prozesse
   - Kointegration
   - Zustandsraummodelle und der Kalman-Filter

Literaturbeispiele

- Box, George E.P., Gwilym M. Jenkins und Gregory C. Reinsel. 1994. Time Series Analysis: Forecasting and Control. 3rd Ed. Upper Saddle River: Prentice-Hall.
- Davidson, Russel und James G. MacKinnon. 1993. Estimation and Inference in Econometrics. New York und Oxford: Oxford University Press.
- Enders,Walter. 2005. Applied Econometric Time Series, 2nd edition. New York: John Wiley.

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung/4 SWS und Übung/2 SWS

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Die ECTS-Punkte werden auf Grund einer mündlichen oder schriftlichen Prüfung innerhalb von drei der Veranstaltung folgenden Monaten vergeben. Innerhalb von sechs Monaten nach der Prüfung besteht Möglichkeit zur Nachprüfung. Die Prüfungsleistung wird benotet. Die Lehrenden werden die Modalitäten der Prüfung zu Beginn der Veranstaltungen festlegen.

Mathematik

Zeitstetige Finanzmathematik

Titel Englisch

Continuous-time financial mathematics

Verantwortlich

Prof. Dr. Mikhail Urusov

Angebotsturnus

SS, alle 1-2 Jahre

Studierbar ab Fachsemester

M2

Zulassungsvoraussetzungen

Wahrscheinlichkeitstheorie II, Wahrscheinlichkeitstheorie I

Voraussetzungen (empfohlen)

Diskrete Finanzmathematik

Sprache

Deutsch oder Englisch

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Stochastik

Lernziele

Verständnis der grundlegenden Begriffe und Sätze in der stochastischen Analysis in stetiger Zeit (insbesondere Martingaltheorie sowie stochastische Integration) und deren Anwendung für finanzmathematische Modellierung (insbesondere Absicherung von Derivaten). In den Übungen lernen die Studenten die Anwendung der Theorie kennen.

Inhalt

- Stochastisches Integral
- Ito-Formel und Anwendungen
- Bewertung und Absicherung von Derivaten

Literaturbeispiele

Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung/4 SWS und Übung/2 SWS

Arbeitsaufwand

270 Stunden (davon 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

9.

Prüfungsform

Schriftliche oder mündliche Prüfung im Anschluss an die Veranstaltung.

Mathematik

Ausgewählte Themen der Stochastischen Analysis

Titel Englisch

Special topics in stochastic analysis

Verantwortlich

Prof. Dr. Martin Hutzenthaler

Angebotsturnus

Sommer alle 1-2 Jahre, Winter nicht regelmäßig

Studierbar ab Fachsemester

M2

Zulassungsvoraussetzungen

Wahrscheinlichkeitstheorie II

Sprache

In der Regel Englisch. Bei Bedarf auf Englisch

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Stochastik

Lernziele

Die aufgeführten Lehrinhalte sollen beherrscht und in den begleitenden Übungen selbständig vertieft werden.

Die Studierenden sollen, aufbauend auf dem Erweiterungsbereich Wahrscheinlichkeitstheorie II, wichtige Konzepte der stochastischen Analysis studieren. Durch diesem Kurs werden Studierende befähigt, eine Master- bzw. Promotionsarbeit in der Stochastischen Analysis zu schreiben.

Inhalt

Die stochastische Analysis basiert auf Integration und Differentiation nach der Brownschen Bewegung.

Inhalt dieses Moduls ist eines der folgenden Themen:

- stochastische Differentialgleichungen
- stochastische partielle Differentialgleichungen
- stochastische Rückwärts-Differentialgleichungen
- Malliavin-Kalkül
- Theorie der großen Abweichungen

Literaturbeispiele

- Oksendal, B: Stochastic differential equations.
- Prevot, C and Röckner, M: A Concise Course on stochastic partial differential equations
- Nualart, D: The Malliavin Calculus and Related Topics.
- den Hollander, F: Large Deviations

Weitere Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung (evtl mit integriertem Blockseminar)

Arbeitsaufwand

Je nach Umfang 90, 180, oder 270 Stunden (davon 30, 60, oder 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

Je nach Umfang 3, 6 oder 9 Ects Punkte.

Prüfungsform

Die ECTS-Punkte werden auf Grund einer mündlichen oder schriftlichen Prüfung innerhalb von drei der Veranstaltung folgenden Monaten vergeben. Innerhalb von sechs Monaten nach der Prüfung besteht Möglichkeit zur Nachprüfung. Die Prüfungsleistung wird benotet. Die Lehrenden werden die Modalitäten der Prüfung zu Beginn der Veranstaltungen festlegen.

Mathematik

Ausgewählte Themen stochastischer Prozesse

Titel Englisch

Special topics in stochastic processes

Verantwortlich

Prof. Dr. Anita Winter

Angebotsturnus

Sommer jährlich, Winter nicht regelmäßig

Studierbar ab Fachsemester

M2

Sprache

In der Regel Englisch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Vertiefungsbereich

Schwerpunkt

Stochastik

Lernziele

Die Studierenden sollen aufbauend auf dem Erweiterungsbereich Wahrscheinlichkeitstheorie II wichtige Prozessklassen der modernen Wahrscheinlichkeitstheorie im Detail studieren. Es wird jeweils um die formale Konstruktion der Prozesse, Existenz und Eindeutigkeitsaussagen und Regularität der Pfadeigenschaften gehen sowie ein Bezug zu einem aktuellen Forschungsthema gegeben.

Inhalt

In dieser Vorlesung werden eine bis drei der folgenden Prozess-Klassen behandelt: Gaußsche Prozesse, Levy Prozesse und Markov-Prozesse.

Literaturbeispiele

Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Vorlesung (ggf. mit integriertem Blockseminar)

Arbeitsaufwand

Je nach Umfang 90, 180, oder 270 Stunden (davon 30, 60, oder 90 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

Je nach Umfang 3, 6, oder 9 ECTS.

Prüfungsform

Die ECTS-Punkte werden auf Grund einer mündlichen oder schriftlichen Prüfung innerhalb von drei der Veranstaltung folgenden Monaten vergeben. Innerhalb von sechs Monaten nach der Prüfung besteht Möglichkeit zur Nachprüfung. Die Prüfungsleistung wird benotet. Die Lehrenden werden die Modalitäten der Prüfung zu Beginn der Veranstaltungen festlegen.

4 Seminarbereich

Die fünf, nach den üblichen Schwerpunkten bezeichneten Masterseminare des Seminarbereichs können bei wesentlich verschiedenen Themen mehrfach belegt werden. Je nach Arbeitsaufwand können je Veranstaltung 6 oder 9 Credits erworben werden. Dabei gilt, dass für ein Masterseminar mit 6 Credits ein eigenständiger Vortrag auszuarbeiten und zu halten ist. Studierende, die mindestens zwei Themen präsentieren erhalten 9 Credits.

Im *Profil 80:20* des Masterstudiengangs Mathematik sind insgesamt 18 bis 36 Credits, im *Profil 100:0* insgesamt 18 bis 45 Credits zu erbringen.

Wir verweisen für detaillierte Informationen zum Studienablauf auf die Prüfungsordnungen.

4.1 Schwerpunkt Algebra

Mathematik

Master-Seminar Algebra

Titel Englisch

Master's seminar in algebra

Verantwortlich

Prof. Dr. Georg Hein

Angebotsturnus

jedes Semester

Studierbar ab Fachsemester

M1

Voraussetzungen (empfohlen)

Die Voraussetzungen werden von den Lehrenden bei der Ankündigung bekannt gegeben.

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Seminarbereich

Schwerpunkt

Algebra

Lernziele

Durch die erfolgreiche Teilnahme am Master-Seminar zeigen die Studierenden, dass sie ein begrenztes Thema eines Forschungsgebiets aus der Algebra verstehen, aufarbeiten, einen Vortrag dazu vorbereiten, durchführen und Fragen beantworten, sowie eine Ausarbeitung dazu erstellen können, und zwar innerhalb einer vorgegebenen zeitlichen Frist. Im Vergleich zum Bachelor-Seminar werden im Master-Seminar üblicherweise anspruchsvollere Themen höherer Aktualität behandelt und eine höhere Selbständigkeit in der Bearbeitung durch die Studierenden erwartet. Damit trägt das Master-Seminar zur Befähigung zu selbständigem wissenschaftlichem Arbeiten bei.

Inhalt

Die Studierenden arbeiten sich in ein begrenztes Thema eines Forschungsgebiets aus der Algebra ein, bereiten einen Vortrag dazu vor, führen diesen durch und beantworten dabei zugehörige Fragen. Hinzu kommt weiterhin eine schriftliche Ausarbeitung, die innerhalb einer vorgegebenen zeitlichen Frist zu erstellen ist. Das Seminar soll auf einer Vorlesung im Erweiterungsbereich oder dem Vertiefungsbereich aus einem der folgenden Unterbereiche der Algebra aufbauen:

- Algebra
- Algebraische Geometrie
- Algebraische Topologie
- Arithmetik
- Komplexe Geometrie
- Zahlentheorie

Literaturbeispiele

Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Seminar/2 SWS

Arbeitsaufwand

180 oder 270 Stunden (davon 30 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

6 oder 9.

Prüfungsform

Beurteilung von Vortrag, Ausarbeitung und Diskussion.

Dabei gilt, dass für ein Masterseminar mit 6 Credits ein eigenständiger Vortrag auszuarbeiten und zu halten ist. Studierende, die mindestens zwei Themen präsentieren erhalten 9 Credits.

4.2 Schwerpunkt Analysis

Mathematik

Master-Seminar Analysis

Titel Englisch

Master's seminar in analysis

Verantwortlich

Prof. Dr. Frank Müller

Angebotsturnus

jedes Semester

Studierbar ab Fachsemester

M1

Voraussetzungen (empfohlen)

Die Voraussetzungen werden von den Lehrenden bei der Ankündigung bekannt gegeben.

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Seminarbereich

Schwerpunkt

Analysis

Lernziele

Durch die erfolgreiche Teilnahme am Master-Seminar zeigen die Studierenden, dass sie ein begrenztes Thema eines Forschungsgebiets aus der Analysis verstehen, aufarbeiten, einen Vortrag dazu vorbereiten, durchführen und Fragen beantworten, sowie eine Ausarbeitung dazu erstellen können, und zwar innerhalb einer vorgegebenen zeitlichen Frist. Im Vergleich zum Bachelor-Seminar werden im Master-Seminar üblicherweise anspruchsvollere Themen höherer Aktualität behandelt und eine höhere Selbständigkeit in der Bearbeitung durch die Studierenden erwartet. Damit trägt das Master-Seminar zur Befähigung zu selbständigem wissenschaftlichem Arbeiten bei.

Inhalt

Die Studierenden arbeiten sich in ein begrenztes Thema eines Forschungsgebiets aus der Analysis ein, bereiten einen Vortrag dazu vor, führen diesen durch und beantworten dabei zugehörige Fragen. Hinzu kommt weiterhin eine schriftliche Ausarbeitung, die innerhalb einer vorgegebenen zeitlichen Frist zu erstellen ist. Das Seminar soll auf einer Vorlesung im Erweiterungsbereich oder dem Vertiefungsbereich aufbauen.

Literaturbeispiele

Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Seminar/2 SWS

Arbeitsaufwand

180 oder 270 Stunden (davon 30 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

6 oder 9, je nach Arbeitsaufwand.

Prüfungsform

Beurteilung von Vortrag, Ausarbeitung und Diskussion

Dabei gilt, dass für ein Masterseminar mit 6 Credits ein eigenständiger Vortrag auszuarbeiten und zu halten ist. Studierende, die mindestens zwei Themen präsentieren erhalten 9 Credits.

4.3 Schwerpunkt Numerik

Mathematik

Master-Seminar Numerische Mathematik

Titel Englisch

Master's seminar in numerical mathematics

Verantwortlich

Prof. Dr. Gerhard Starke

Angebotsturnus

jedes Semester

Studierbar ab Fachsemester

M1

Voraussetzungen (empfohlen)

Die Voraussetzungen werden von den Lehrenden bei der Ankündigung bekannt gegeben.

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Seminarbereich

Schwerpunkt

Numerik

Lernziele

Durch die erfolgreiche Teilnahme am Master-Seminar zeigen die Studierenden, dass sie ein begrenztes Thema eines Forschungsgebiets aus der numerischen Mathematik verstehen, aufarbeiten, einen Vortrag dazu vorbereiten, durchführen und Fragen beantworten, sowie eine Ausarbeitung dazu erstellen können, und zwar innerhalb einer vorgegebenen zeitlichen Frist. Im Vergleich zum Bachelor-Seminar werden im Master-Seminar üblicherweise anspruchsvollere Themen höherer Aktualität behandelt und eine höhere Selbständigkeit in der Bearbeitung durch die Studierenden erwartet. Damit trägt das Master-Seminar zur Befähigung zu selbständigem wissenschaftlichen Arbeiten bei.

Inhalt

Die Studierenden arbeiten sich in ein begrenztes Thema eines Forschungsgebiets aus der numerischen Mathematik ein, bereiten einen Vortrag dazu vor, führen diesen durch und beantworten dabei zugehörige Fragen. Hinzu kommt weiterhin eine schriftliche Ausarbeitung, die innerhalb einer vorgegebenen zeitlichen Frist zu erstellen ist. Abhängig von der Thematik des Seminars kann auch die selbstständige Durchführung numerischer Experimente gefordert werden. Das Seminar soll auf einem Erweiterungs- oder Vertiefungsmodul aufbauen.

Literaturbeispiele

Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Seminar/2 SWS

Arbeitsaufwand

180 oder 270 Stunden (davon 30 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

6 oder 9, je nach Arbeitsaufwand.

Prüfungsform

Beurteilung von Vortrag, Ausarbeitung und Diskussion

Dabei gilt, dass für ein Masterseminar mit 6 Credits ein eigenständiger Vortrag auszuarbeiten und zu halten ist. Studierende, die mindestens zwei Themen präsentieren erhalten 9 Credits.

4.4 Schwerpunkt Optimierung

Mathematik

Master-Seminar Optimierung

Titel Englisch

Master's seminar in optimization

Verantwortlich

Prof. Dr. Arnd Rösch

Angebotsturnus

jedes Semester

Studierbar ab Fachsemester

M1

Voraussetzungen (empfohlen)

Die Voraussetzungen werden von den Lehrenden bei der Ankündigung bekannt gegeben.

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Seminarbereich

Schwerpunkt

Optimierung

Lernziele

Durch die erfolgreiche Teilnahme am Master-Seminar zeigen die Studierenden, dass sie ein begrenztes Thema eines Forschungsgebiets aus der Optimierung verstehen, aufarbeiten, einen Vortrag dazu vorbereiten, durchführen und Fragen beantworten, sowie eine Ausarbeitung dazu erstellen können, und zwar innerhalb einer vorgegebenen zeitlichen Frist. Im Vergleich zum Bachelor-Seminar werden im Master-Seminar üblicherweise anspruchsvollere Themen höherer Aktualität behandelt und eine höhere Selbständigkeit in der Bearbeitung durch die Studierenden erwartet. Damit trägt das Master-Seminar zur Befähigung zu selbständigem wissenschaftlichem Arbeiten bei.

Inhalt

Die Studierenden arbeiten sich in ein begrenztes Thema eines Forschungsgebiets aus der Optimierung ein, bereiten einen Vortrag dazu vor, führen diesen durch und beantworten dabei zugehörige Fragen. Hinzu kann weiterhin eine schriftliche Ausarbeitung kommen, die innerhalb einer vorgegebenen zeitlichen Frist zu erstellen ist. Abhängig von der Thematik des Seminars kann auch die selbstständige Durchführung numerischer Experimente gefordert werden. Das Seminar soll auf einer Vorlesung im Erweiterungsbereich oder dem Vertiefungsbereich aufbauen.

Literaturbeispiele

Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Seminar/2 SWS

Arbeitsaufwand

180 oder 270 Stunden (davon 30 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

6 oder 9, je nach Arbeitsaufwand.

Prüfungsform

Beurteilung von Vortrag, Ausarbeitung und Diskussion

Dabei gilt, dass für ein Masterseminar mit 6 Credits ein eigenständiger Vortrag auszuarbeiten und zu halten ist. Studierende, die mindestens zwei Themen präsentieren erhalten 9 Credits.

4.5 Schwerpunkt Stochastik

Mathematik

Masterseminar Stochastik

Titel Englisch

Master's seminar in stochastics

Verantwortlich

Prof. Dr. Anita Winter

Angebotsturnus

jedes Semester

Studierbar ab Fachsemester

M2

Zulassungsvoraussetzungen

eine Veranstaltung des Erweiterungsbereiches oder des Vertiefungsbereiches im Schwerpunkt Stochastik

Voraussetzungen (empfohlen)

Die Voraussetzungen werden von den Lehrenden bei der Ankündigung bekannt gegeben.

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Wahlpflichtmodul

Bereich

Seminarbereich

Schwerpunkt

Stochastik

Lernziele

Durch die erfolgreiche Teilnahme am Master-Seminar zeigen die Studierenden, dass sie ein begrenztes Thema eines Forschungsgebiets aus der Stochastik verstehen, aufarbeiten, einen Vortrag dazu vorbereiten, durchführen und Fragen beantworten, sowie eine Ausarbeitung dazu erstellen können, und zwar innerhalb einer vorgegebenen zeitlichen Frist. Im Vergleich zum Bachelor-Seminar werden im Master-Seminar üblicherweise anspruchsvollere Themen höherer Aktualität behandelt und eine höhere Selbständigkeit in der Bearbeitung durch die Studierenden erwartet. Damit trägt das Master-Seminar zur Befähigung zu selbständigem wissenschaftlichem Arbeiten bei.

Inhalt

Die Studierenden arbeiten sich in ein begrenztes Thema eines Forschungsgebiets aus der Stochastik ein, bereiten einen Vortrag dazu vor, führen diesen durch und beantworten dabei zugehörige Fragen. Sie nehmen aktiv an einer wissenschaftlichen Diskussion zu den Präsentationen der anderen Seminarteilnehmer*innen teil. Das Seminar soll auf einer Vorlesung im Erweiterungsbereich oder dem Vertiefungsbereich aufbauen.

Literaturbeispiele

Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Seminar/2 SWS

Arbeitsaufwand

180 oder 270 Stunden (davon 30 Stunden Präsenz)

ECTS-Punkte

6 oder 9, je nach Arbeitsaufwand.

Prüfungsform

Beurteilung von Vortrag, Ausarbeitung und Diskussion

Dabei gilt, dass für ein Masterseminar mit 6 Credits ein eigenständiger Vortrag auszuarbeiten und zu halten ist. Studierende, die mindestens zwei Themen präsentieren erhalten 9 Credits.

5 Masterarbeit

Die Masterarbeit schließt die wissenschaftliche Ausbildung im Rahmen des Masterstudiums ab. Sie wird in einem der fünf bekannten Schwerpunkte geschrieben. In diesem Schwerpunkt müssen insgesamt mindestens 27 Credits durch Module des Erweiterungs-, Vertiefungs- und Seminarbereichs erbracht worden sein. Mindestens 9 Credits müssen aus diesen Bereichen in einem anderen Schwerpunkt erworben worden sein.

Wir verweisen für detaillierte Informationen zum Studienablauf auf die Prüfungsordnungen.

Masterarbeit

Titel Englisch

Master's thesis

Verantwortlich

Prof. Dr. Frank Müller

Angebotsturnus

permanent

Studierbar ab Fachsemester

M4

Voraussetzungen (empfohlen)

Qualifikationen basierend auf allen Veranstaltungen bis zum Beginn der Master-Arbeit

Sprache

In der Regel Deutsch.

Status

Pflichtmodul

Bereich

Masterarbeit

Lernziele

Mit der Master-Arbeit zeigen die Studierenden, dass sie in der Lage sind, innerhalb einer vorgegebenen Frist ein Problem der Mathematik selbständig auf der Grundlage der bis dahin im Master-Studiengang erzielten Qualifikationen zu bearbeiten. Im Vergleich zur Bachelor-Arbeit wird ein anspruchsvolleres Thema auf einem wissenschaftlich höheren Niveau über einen längeren Zeitraum bearbeitet. Durch die zusätzlich erwartete höhere Selbständigkeit belegen die Studierende ihre Fähigkeit zu wissenschaftlichem Arbeiten und unterstützen damit die wissenschaftliche Weiterentwicklung des Fachgebiets.

Inhalt

Die Master-Arbeit schließt die wissenschaftliche Ausbildung im Master-Studiengang Mathematik ab. Über einen Zeitraum von drei Monaten bearbeitet der oder die Studierende selbständig unter wissenschaftlicher Betreuung ein Thema, welches an die neuesten Forschungsergebnisse des gewählten Schwerpunkts angelehnt ist. Mögliche Schwerpunkte sind dabei:

- Algebra
- Analysis
- Numerische Mathematik
- Optimierung
- Stochastik

Literaturbeispiele

Literatur wird in den Veranstaltungen bekanntgegeben.

Lehrform

Master-Arbeit

Arbeitsaufwand

900 Stunden

ECTS-Punkte

30.

Prüfungsform

Begutachtung der Master-Arbeit